Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Байханов Исмаил Баутдинович
Должность: Ректор
Дата подписания: 12.07.2023 12:56:55
Уникальный программный ключ:
442c337cd125e1d014f62698c9d813e502697764

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЧЕЧЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Утверждаю:
и.о. зав.каф.: А.М. Шихада
_____
(подпись)
Протокол № 8 заседания
кафедры от 28 апреля 2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

_44.04.01 Педагогическое образование
(код и направление подготовки)

Профиль подготовки

«Математическое образование»

Квалификация
Магистр

Форма обучения
заочная

Год набора 2023

Грозный, 2023

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ / МОДУЛЯ

1.1. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1. О. 02.06 «Интегральные уравнения» относится к обязательной части блока 1. Дисциплины (модули) профильному модулю.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения, математический анализ, теория функций действительной переменной и теория функций комплексного переменного, функциональный анализ.

1.2. Цель освоения дисциплины (модуля)

Цель изучения дисциплины в том, чтобы сформировать представление об основах теории интегральных уравнений и развить способность применять полученные теоретические знания к решению актуальных практических задач.

Основные задачи:

– изучение методов решения линейных интегральных уравнений Вольтерра;

– изучение методов решения линейных интегральных уравнений Фредгольма;

– изучение методов исследования нелинейных интегральных уравнений;

–изучение методов исследования интегральных уравнений со степенной нелинейностью.

1.3. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)

Достижение цели освоения дисциплины (модуля) обеспечивается через формирование следующих компетенций:

Таблица 1

Код и наименование компетенции	**Код и наименование индикатора достижения компетенций, которые формирует дисциплина (модуль)**	**Планируемые результаты обучения**
ОПК-8. Способен проектировать педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний и результатов исследований	ИОПК 8.1. Знает: особенности педагогической деятельности; требования к субъектам педагогической деятельности; результаты научных исследований в сфере педагогической деятельности. ИОПК 8.2. Умеет: использовать современные специальные научные знания и результаты исследований для выбора методов в педагогической деятельности. ИОПК 8.3. Владеет: методами, формами и средствами педагогической деятельности; осуществляет их выбор в зависимости от контекста профессиональной деятельности с учетом результатов научных исследований.	**знать:** – основные определения теории линейных интегральных уравнений; основные методы решения линейных интегральных уравнений Вольтерра; основные методы решения линейных интегральных уравнений Фредгольма; основные понятия теории метрических пространств и принцип сжимающих отображений; приближенное решение интегральных уравнений Вольтерра со степенной нелинейностью; **уметь:** аналитически решать линейные интегральные уравнения Вольтерра и Фредгольма; приближенно решать нелинейные интегральные уравнения на основе принципа сжимающих отображений, применяя точные и итерационные методы; использовать основные понятия теории несобственных интегралов и свойства Эйлеровых интегралов, уметь сводить интегральные уравнения Вольтерра к линейным дифференциальным уравнениям; находить характеристические числа и собственные функции интегральных уравнений Фредгольма; применять методы решения интегральных уравнений с вырожденными ядрами; **владеть:**

		навыками решения практических задач методами математического анализа
ПК-1. Способен реализовывать программы обучения математике в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	ИПК 1.1. Знает: преподаваемый предмет; современные образовательные технологии; особенности организации образовательного процесса по математике в соответствии с требованиями образовательных стандартов. ИПК 1.2. Умеет: использовать педагогически обоснованные формы, методы и приемы организации деятельности обучающихся по математике; применять современные образовательные технологии; создавать образовательную среду, обеспечивающую формирование у обучающихся образовательных результатов, предусмотренных ФГОС ИПК 1.3. Владеет навыками профессиональной деятельности по реализации про-грамм обучения математике	**знать:** содержание курса в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов; основные термины, понятия по учебному предмету в соответствии с требованиями действующих образовательных стандартов; **уметь:** соотнести содержание дисциплины с содержанием и проблемами курса математического анализа; применять рассмотренный теоретический материал к решению конкретных задач по линейным интегральным уравнениям, в объёме необходимом для реализации требований образовательных стандартов; **владеть**: навыками использования утверждений методов курса при решении задач в рамках направления подготовки и для реализации основной общеобразовательной программы основного общего образования.

1.4. Объем дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 5 з.е. (180 академ. часов)

Таблица 2

Вид учебной работы	Количество академ. часов 4 семестр
4.1. Объем контактной работы обучающихся с преподавателем	**24**
4.1.1. аудиторная работа	16
в том числе:	
лекции	4
практические занятия, семинары, в том числе практическая подготовка	12
4.1.2. внеаудиторная работа	**8**
в том числе:	
индивидуальная работа обучающихся с преподавателем	6
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем	2
4.2. Объем самостоятельной работы обучающихся	**155**
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену	18

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

2.1. Тематическое планирование дисциплины (модуля):

Таблица 3

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад.часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад.часах)		
			Лекции	Практ. занятия	Сам. работа
1.	Линейные интегральные уравнения Вольтерра.	60	2	4	54
2.	Линейные интегральные уравнения Фредгольма.	59	1	4	54
3.	Нелинейные интегральные уравнения.	52	1	4	47
4.	Подготовка к зачету (экзамену)	9	9		
5.	Итого	180	13	12	155

2.2. Содержание разделов дисциплины (модуля):

Таблица 4

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание дисциплины (дидактические единицы)
1.	Линейные интегральные уравнения Вольтерра.	Интегральные уравнения Вольтерра первого и второго рода. Решение интегральных уравнений Вольтерра методом дифференцирования, операционным методом последовательных приближений.
2.	Линейные интегральные уравнения Фредгольма.	Интегральные уравнения Фредгольма первого и второго рода. Решение интегральных уравнений Фредгольма с вырожденным ядром.
3.	Нелинейные интегральные уравнения.	Решение нелинейных интегральных уравнений типа свертки с невырожденным в нуле ядром.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

3.1. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Таблица 5

№ п/п	Наименование раздела дисциплины. Тема.	Вид самостоятельной работы обучающихся
1.	Суммируемые функции. Пространство $L_2(a,b)$.	Подготовка сообщений и докладов Конспект
2.	Преобразование Лапласа и его свойства.	Подготовка сообщения или доклада. Конспект
3.	Составление интегральных уравнений, соответствующих дифференциальным уравнениям.	Подготовка сообщения или доклада. Конспект
4.	Резольвента интегрального уравнения Вольтерра.	Подготовка сообщения или доклада. Конспект.

1) Васильева, А. Б. Интегральные уравнения: учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. — 3-е изд.,стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-0911-2. — Текст : электронный// ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/167734.

2) Новоселов, О.В. Интегральные уравнения: учебное пособие/ О. В. Новоселов, Е. И. Яковлев, Р. В. Ульверт [и др.]. — Красноярск: СибГУ им. академика М. Ф. Решетнёва, 2020. — 122 с. — Текст : электронный// ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/165896.

3) Янов С.И. Уравнения математической физики: учебно-методическое пособие / Янов С.И. — Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет, 2019. — 80 с. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR SMART URL: http://www.iprbookshop.ru/102791.html

3.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы дисциплины (модуля)

3.2.1. Основная и дополнительная литература

Таблица 6

№	Автор, название литературы, город, издательство, год	Количество часов, обеспеченных указанной литературой	Количество обучающихся	Количество экземпляров в библиотеке университета	Режим доступа ЭБС/ электронный носитель (CD,DVD)	Обеспеченность обучающихся литературой, (5=74%-100%)
	Основная литература					
1	Васильева, А. Б. Интегральные уравнения: учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. — 3-е изд.,стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-0911-2. — Текст : электронный .	16/155	6		ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/167734	100%
2	Новоселов, О.В. Интегральные уравнения: учебное пособие/ О. В. Новоселов, Е. И. Яковлев, Р. В. Ульверт [и др.]. — Красноярск: СибГУ им. академика М. Ф. Решетнёва, 2020. — 122 с. — Текст : электронный .	16/155	6		ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/165896	100%
3	Полянин, А.Д. Справочник по интегральным уравнениям/А.Д Полянин, А.В. Манжиров- М.: Физматлит, 2003.– 608с.	16/155	6	12		100%
	Дополнительная литература					
4.	Янов С.И. Уравнения математической физики : учебно-методическое пособие / Янов С.И.. — Барнаул : Алтайский государственный педагогический университет, 2019. — 80 с. — Текст: электронный	16/155	6		ЭБС IPR SMART URL: http://www.iprbookshop.ru/102791.html	100%
5.	Скопин В.А. Функциональный анализ и интегральные уравнения: методические указания к самостоятельной работе/ Скопин В.А., Седых И.А.. — Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 17 с. — Текст : электронный	16/155	6		ЭБС IPR SMART URL: http://www.iprbookshop.ru/55174.html	100%

3.2.2. Интернет-ресурсы

1) Электронно-библиотечная система IPRbooks (www.iprbookshop.ru).
2) Образовательная платформа «ЮРАЙТ» https://urait.ru/).
3) Электронно-библиотечная система«Лань» (https://e.lanbook.com/).
4) МЭБ (Межвузовская электронная библиотека) НГПУ. (https://icdlib.nspu.ru/).
5) НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU (https://www.elibrary.ru/).
6) СПС «КонсультантПлюс» (http://www.consultant.ru/).
7) Подборка литературы по дифференциальным уравнениям http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm
8) http://atomas.ru/mat/difur

3.3. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:

Таблица 7

Помещения для осуществления образовательного процесса	**Перечень основного оборудования (с указанием кол-ва посадочных мест)**	**Адрес (местоположение)**
Аудитория для проведения лекционных занятий		
Лекционная аудитория - ауд. 4-12	Аудиторная доска, (столы ученические, стулья ученические на 24 посадочных мест, учебная доска - 1шт., наглядные пособия	Уч. корпус №3 г. Грозный, ул. Ляпидевского № 9а
Аудитории для проведения практических занятий, контроля успеваемости		
Аудитория для практических занятий - ауд.4-23	Технические средства для отображения мультимедийной или текстовой информации: мультимедиа проектор, экран, акустическая система. Количество посадочных мест - 30.	Уч. корпус №3 г. Грозный, ул. Ляпидевского № 9а
Помещения для самостоятельной работы		
Читальный зал библиотеки ЧГПУ	Компьютеры с выходом в Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза. Количество посадочных мест - 50.	Электронный читальный зал. этаж 2 Библиотечно-компьютерный центр г. Грозный, ул. Субры Кишиевой, 33

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ / МОДУЛЯ

4.1. Характеристика оценочных средств

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины / модуля осуществляется преподавателем в процессе проведения практических и лабораторных занятий, контрольных работ, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований и т.д.

Таблица 8

№ п/п	Наименование темы (раздела) с контролируемым содержанием	Код и наименование проверяемых компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
1.	Раздел 1. Линейные интегральные уравнения Вольтерра.	ОПК-8, ПК-1	Устный опрос, выполнение индивидуальных практических заданий.	Контрольная работа № 1
2.	Раздел 2. Линейные интегральные уравнения Фредгольма.	ОПК-8, ПК-1	Устный опрос, выполнение индивидуальных практических заданий.	Контрольная работа № 2
3.	Раздел 3. Нелинейные интегральные уравнения.	ОПК-8, ПК-1	Устный опрос, выполнение индивидуальных практических заданий	

4.2. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

4.2.1. Наименование оценочного средства: *практические задания*

1. Является ли функция $y = \sin x$ решением интегральных уравнений Вольтерра:

1.1. $\int_0^x y(t)dt = 1 - \cos x$, 1.2. $y(x) = 1 + \int_0^x xy(t)dt$.

2. Указать тип интегральных уравнений:

2.1. $y(x) = 1 + \int_0^x e^{y(t)}dt$, 2.2. $\int_0^x ty(t)dt = 1 - x$.

3. Применив метод дифференцирования, найти решение уравнений:

3.1. $\int_0^x e^{t-x}y(t)dt = 1$, 3.2. $y(x) = e^x + \int_0^x e^{x-t}y(t)dt$.

4. Составить интегральные уравнения, эквивалентные задачам Коши: .

4.1. $y'' + y = \cos x, \quad y(0) = y'(0) = 0$, 4.2. $y'' + y = \cos x, \quad y(0) = 0, y'(0) = -1$.

5. Применив степенной ряд, найти три члена разложения решения уравнений: .

4.1. $y(x) = x - \int_0^x y(t)dt$, 4.2. $y(x) = \frac{x^2}{2} - \int_0^x y(t)dt$.

6. Применив ряд по степеням параметра, найти три члена разложения уравнения

$$y(x) = 1 - \int_0^x (x - t)y(t)dt.$$

7. Найти третье итерированное ядро для ядра $K(x, s) = 1$.

8. Найти три слагаемых разложения в ряд резольвенты ядра $K(x, s) = 1$.

9. Записать решение уравнения, если резольвента ядра известна

$$y(x) - \lambda \int_0^x K(x, t)y(t)dt = f(x).$$

10. Найти третье приближение к решению, применив метод последовательных приближений для уравнения

$$y(x) = 2x^2 - \int_0^x xy(t)dt.$$

11. Является ли функция $y = 1 - x$ решением интегральных уравнений Фредгольма:

1.1. $\int_0^1 y(t)dt = 1 - x$, 1.2. $y(x) = 1 - 2\int_0^1 xy(t)dt$.

12. Указать тип интегральных уравнений:

2.1. $y(x) = 1 + \int_a^b e^{y(t)}dt$, 2.2. $\int_a^b ty(t)dt = 1 - x$.

13. Применив метод вырожденных ядер, найти решение уравнений:

3.1. $\int_0^1 e^{t-x}y(t)dt = 1$, 3.2. $y(x) = e^x + \int_0^1 e^{x-t}y(t)dt$.

14. Применив степенной ряд, найти три члена разложения решения уравнений: .

4.1. $y(x) = x - \int_0^1 y(t)dt$, 4.2. $y(x) = \frac{x^2}{2} - \int_0^1 y(t)dt$.

15. Применив степенной ряд, найти три члена разложения решения уравнений: .

4.1. $y(x) = x - \int_0^1 y(t)dt$, 4.2. $y(x) = \frac{x^2}{2} - \int_0^1 y(t)dt$.

16. Применив ряд по степеням параметра, найти три члена разложения уравнения

$$y(x) = 1 - \int_0^1 (x - t)y(t)dt.$$

17. Найти третье итерированное ядро для ядра $K(x, s) = 1$.

18. Найти три слагаемых разложения в ряд резольвенты ядра $K(x, s) = 1$.

19. Записать решение уравнения, если резольвента ядра известна

$$y(x) - \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt = f(x).$$

20. Найти третье приближение к решению, применив метод последовательных приближений для уравнения

$$y(x) = 2x^2 - \int_0^1 xy(t)dt.$$

21. Решить уравнения, применив метод дифференцирования:

а). $y(x) = \int_0^x (x-t)y(t)dt + x^2$; б). $y(x) = \int_0^x \cos(x-t)y(t)dt - e^{-x}$;

в). $y(x) = 2\int_0^x \frac{2t+1}{(2x+1)^2} y(t)dt + 1$.

22. Применив метод последовательных приближений, найти приближенное решение интегральных уравнений на отрезке [0,1] с точностью до $\alpha = 0{,}001$:

а). $y(x) = \frac{x^3}{3} - \int_0^x y(t)dt$ **;** **б).** $y(x) = 2x^2 - \int_0^x xy(t)dt$;

в). $v(x) = \frac{x^3}{3} - \int_0^x v(t)dt$.

23. Решить уравнения, применив ряд по степеням параметра:

а). $y(x) = x - \int_0^x (x-t)y(t)dt$; б). $y(x) = x + \lambda \int_0^x xy(t)dt$;

в). $y(x) = 1 - \int_0^x (x-t)y(t)dt$.

24. Вычислив итерированные ядра и резольвенту, решить уравнения:

а). $y(x) = \frac{5}{6}x + \frac{1}{2}\int_0^1 xty(t)dt$; б). $y(x) = e^x + \frac{1-e}{2} + \frac{1}{2}\int_0^1 y(t)dt$;

в). $y(x) = 2x - \pi + 4\int_0^1 \sin^2 x \cdot y(t)dt$.

25. Решить уравнения, используя метод вырожденных ядер:

а). $y(x) - \lambda \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \mathrm{tg}t \cdot y(t)dt = \mathrm{ctg}x$; б). $y(x) - \lambda \int_0^x \cos(q \ln t)y(t)dt = 1$;

в). $y(x) - \lambda \int_0^x |\pi - t| \sin x \cdot y(t)dt = x$.

26. Решить интегральные уравнения, воспользовавшись теоремами Фредгольма в двух случаях 1) если λ не является характеристическим числом ядра; 2) если λ является характеристическим числом:

а). $y(x)-\lambda\int_0^{\pi}\cos^2 x\cdot y(t)dt=1$ **;** **б).** $y(x)-\lambda\int_0^{x}xe^t y(t)dt=x$ **;**

в). $y(x)-\lambda\int_0^{x}|\pi-x|\cdot y(t)dt=x$ **.**

27. Определить собственные значения и собственные функции уравнений методом вырожденных ядер:

а). $y(x)-\lambda\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\mathrm{tg}t\cdot y(t)dt=\mathrm{ctg}x$; б). $y(x)-\lambda\int_0^{x}\cos(q\ln t)y(t)dt=1$;

в). $y(x)-\lambda\int_0^{x}|\pi-t|\sin x\cdot y(t)dt=x$.

28. По методу Келлога определить собственные значения и собственные функции уравнений:

а). $y(x)=x+4\int_0^{1}x^2t^2y(t)dt$; б). $y(x)=\frac{5}{6}x+\frac{1}{2}\int_0^{x}xty(t)dt$;

в). $y(x)=\lambda\int_0^{x}xty(t)dt$ **.**

29. Пусть $A,B\in L(X,Y)$, $\alpha,\beta\in\mathbf{C}$. Доказать, что $(\alpha\cdot A+\beta\cdot B)^*=\overline{\alpha}\cdot A^*+\beta\cdot B^*$.

30. Пусть $A,B\in L(X,X)$. Доказать, что $(A\cdot B)^*=B^*\cdot A^*$.

31. Пусть $A\in L(X,Y)$ и непрерывно обратим. Доказать, что A^* непрерывно обратим и $(A^*)^{-1}=(A^{-1})^*$.

32. Найти сопряженный к оператору $A:L_2(0,1)\to L_2(0,1)$, если

а). $Ax(t)=\int_0^{t}x(s)ds$; б). $Ax(t)=t\cdot x(t)$; в). $Ax(t)=\int_0^{1}t\cdot x(t)dt$;

г). $E_\lambda x(t)=\begin{cases}x(t), & t\le\lambda\\ 0, & t>\lambda\end{cases}$; д). $Ax(t)=x(t^\alpha)$.

33. Найти сопряженный к оператору $A:\ell_p\to\ell_p$, если

а). $Ax=(0,x_1,x_2,\ldots)$; б). $Ax=(\alpha_1x_1,\alpha_2x_2,\ldots)$, $\alpha_i\in\mathbf{R}$;

в). $Ax = (0,0,\alpha_1 x_1, \alpha_2 x_2, \ldots)$, $\alpha_i \in \mathbf{C}$; г). $Ax = (x_2, x_3, \ldots)$.

34. Найти сопряженный к оператору $A : \ell_1 \to \ell_1$, если

а). $Ax = (x_1, x_2, \ldots, x_n, 0, 0, \ldots)$;

б). $Ax = \left(\underbrace{0,0,\ldots,0}_{n-1}, x_1, 0, \ldots\right)$; $n \in \mathbf{N}$;

в). $Ax = (\alpha_n x_n, \alpha_{n+1} x_{n+1}, \ldots)$, $\alpha_i \in \mathbf{C}$, $n \in \mathbf{N}$.

35. Пусть $A : X \to X$ - линейный оператор и оператор A^{-1} существует. Доказать, что A и A^{-1} имеют одни и те же собственные векторы.

36. Пусть $A \in L(X, X)$ и оператор A^2 имеет собственный вектор. Доказать, что и A имеет собственный вектор.

37. В вещественном линейном пространстве $C[-\pi, \pi]$ найти собственные значения и собственные векторы оператора:

а). $Ax(t) = x(-t)$; б). $Ax(t) = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(s+t) x(s) ds$.

38. Пусть $A \in L(X, X)$. Может ли быть оператор $R_\lambda(A)$ компактным ?

39. Пусть A - оператор умножения на непрерывную вещественную функцию $a(t)$ в пространстве $L_2(0, 1)$. Найти $\sigma(A)$.

40. В пространстве $C[0, 2\pi]$ рассмотрим оператор $Ax(t) = e^{it} x(t)$. Доказать, что $\sigma(A) = \{\lambda \in \mathbf{C}, \ |\lambda| = 1\}$.

41. В пространстве $C[0, 1]$ рассмотрим оператор $Ax(t) = x(0) + t \cdot x(t)$. Найти $\sigma(A)$, $\rho(A)$, $R_\lambda(A)$.

42. В пространстве $C[0, 1]$ рассмотрим оператор $Ax(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau$. Найти $\sigma(A), R_\lambda(A)$. Изменится ли ответ, если A рассматривать как оператор в $L_1(0, 1)$?

43. Рассмотрим оператор $A : \ell_p \to \ell_p$, $Ax = (x_2, x_3, \ldots)$. Найти $\sigma(A)$.

44. Рассмотрим оператор $A : \ell_2 \to \ell_2$, $Ax = (\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, \ldots)$, где $\lambda_n \in \mathbf{C}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ и $\sup_n |\lambda_n| < \infty$. Найти $\sigma(A)$.

45. Доказать, что оператор $A : \ell_2 \to \ell_2$, $Ax = \left(0, x_1, \frac{x_2}{2}, \frac{x_3}{3}, \ldots\right)$ компактен и найти $\sigma(A)$.

46. Доказать, что оператор $A : L_2(-1, 1) \to L_2(-1, 1)$, $Ax(s) = \int_{-1}^{1} s^2 t\, x(t) dt$ компактен и найти его спектр.

47. Доказать, что оператор $A: L_2(0,1) \to L_2(0,1),\ \ A\,x(s) = \int\limits_0^1 st(1-st)x(t)dt$, компактен и найти его спектр.

48. Доказать, что *собственные векторы самосопряженного оператора*, соответствующие различным собственным значениям, *ортогональны*.

48. Доказать, что оператор $A \in L(X,X)$ и его резольвента $R_\lambda(A)$ перестановочны, т.е. $A \cdot R_\lambda(A) = R_\lambda(A) \cdot A$.

49. Доказать, что если $\lambda, \mu \in \rho(A)$, то справедливо равенство Гильберта: $R_\lambda(A) - R_\mu(A) = (\lambda - \mu) \cdot R_\lambda(A) \cdot R_\mu(A) = (\lambda - \mu) \cdot R_\mu(A) \cdot R_\lambda(A)$.

Критерии оценивания результатов практического задания

Таблица 9

№ n/n	Характеристика ответа	Баллы
1.	Дан развернутый ответ, содержащий 1-2 мелкие ошибки; ответы студента правильные, четкие, содержат 1-2 неточности	**13-15**
2.	Дан развернутый ответ, содержащий одну принципиальную или 3 или более недочетов; ответы студента правильные, но их формулирование затруднено и требует наводящих вопросов от преподавателя	**10-12**
3	Решение задания формально правильно, но поверхностно, содержат более одной принципиальной ошибки	**7-9**
4.	Ответ содержит более одной принципиальной ошибки моделей решения задачи; ответы студента путанные, нечеткие, содержат множество ошибок, или ответов нет совсем; несоответствие варианту.	**6 и менее**

4.2.2. Наименование оценочного средства: *контрольная работа*

Методические материалы: приводятся вопросы и/или типовые задания, критерии оценки.

Примерное задание для контрольной работы:

Контрольная работа № 1

Задание 1.

1. Является ли функция $y = \sin x$ решением интегральных уравнений Вольтерра:

1.1. $\int\limits_0^x y(t)dt = 1 - \cos x$, 1.2. $y(x) = 1 + \int\limits_0^x xy(t)dt$.

2. Составить интегральные уравнения, эквивалентные задачам Коши: .

2.1. $y'' + y = \cos x, \quad y(0) = y'(0) = 0$, 2.2. $y'' + y = \cos x, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = -1$.

Задание 2.

1. Указать тип интегральных уравнений:

1.1. $y(x) = 1 + \int\limits_a^b e^{y(t)}dt$, 1.2. $\int\limits_a^b ty(t)dt = 1 - x$.

2. Применив ряд по степеням параметра, найти три члена разложения уравнения

$$y(x) = 1 - \int_0^1 (x - t)y(t)dt.$$

Контрольная работа №2

Задание 1.

1.1. Решить уравнения, применив метод дифференцирования:

а). $y(x) = \int_0^x (x-t)y(t)dt + x^2$; **б).** $y(x) = \int_0^x \cos(x-t)y(t)dt - e^{-x}$.

2.2. Решить интегральные уравнения, воспользовавшись теоремами Фредгольма в двух случаях 1) если λ не является характеристическим числом ядра; 2) если λ является характеристическим числом:

а). $y(x) - \lambda\int_0^\pi \cos^2 x \cdot y(t)dt = 1$; **б).** $y(x) - \lambda\int_0^x xe^t y(t)dt = x$.

Задание 3.

3.1. Пусть $A, B \in L(X,Y)$, $\alpha, \beta \in \mathbf{C}$. Доказать, что $(\alpha \cdot A + \beta \cdot B)^* = \overline{\alpha} \cdot A^* + \beta \cdot B^*$.

3.2. Пусть $A, B \in L(X,X)$. Доказать, что $(A \cdot B)^* = B^* \cdot A^*$.

3.3. Пусть $A \in L(X,Y)$ и непрерывно обратим. Доказать, что A^* непрерывно обратим и $(A^*)^{-1} = (A^{-1})^*$.

Критерии оценивания результатов контрольной работы

Таблица 10

Балл (интервал баллов)	***Уровень освоения***	***Критерии оценивания уровня освоения компетенций****
10	*Максимальный уровень (интервал)*	*Контрольная работа оформлена в соответствии с предъявляемыми требованиями, содержит 1-2 мелких ошибки; ответы студента правильные, четкие, содержат 1-2 неточности*
[6-8]	*Средний уровень (интервал)*	*Контрольная работа содержит одну принципиальную или 3 или более недочетов; ответы студента правильные, но их формулирование затруднено и требует наводящих вопросов от преподавателя*
[3-5]	*Минимальный уровень (интервал)*	*Контрольная работа оформлена в соответствии с предъявляемыми требованиями, неполное раскрытие темы в теоретической части и/или в практической части контрольной работы; ответы студенты формально правильны, но поверхностны, плохо сформулированы, содержат более одной принципиальной ошибки*
Менее 3	*Минимальный уровень (интервал) не достигнут.*	*Контрольная работа содержит более одной принципиальной ошибки моделей решения задачи; контрольная работа оформлена не в соответствии с предъявляемыми требованиями; ответы студента путанные, нечеткие, содержат множество ошибок, или ответов нет совсем; несоответствие варианту.*

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Представлено в приложении №1.

Автор(ы) рабочей программы дисциплины (модуля):

Профессор, д.ф-м.н., доцент _____ Асхабов С.Н.

СОГЛАСОВАНО:

Директор библиотеки _____ Арсагириева Т.А.

Приложение 1

Оценочные средства
для проведения промежуточной аттестации по дисциплине
Интегральные уравнения
Направление подготовки
44.04.01 - ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Профиль подготовки «Математическое образование»
Форма обучения: заочная
Год приема: 2023

1. Характеристика оценочной процедуры:
Семестр - 4
Форма аттестации – экзамен

2. Оценочные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

2.1. Вопросы для промежуточной аттестации по дисциплине:

1. Линейные интегральные уравнения Вольтерра второго рода.
2. Линейные интегральные уравнения Вольтерра первого рода.
3. Связь интегральных уравнений Вольтерра с линейными дифференциальными уравнениями.
4. Метод дифференцирования решения интегрального уравнения Вольтерра.
5. Несобственные интегралы второго рода. Гамма-функция Эйлера.
6. Свойства гамма-функции Эйлера. Формула дополнения.
7. Несобственные интегралы первого рода. Бета-функция Эйлера.
8. Связь между бета- и гамма-функциями Эйлера.
9. Линейные интегральные уравнения Фредгольма второго рода.
10. Линейные интегральные уравнения Фредгольма первого рода.
11. Альтернатива Фредгольма.
12. Интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром.
13. Характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения Фредгольма.
14. Метрические пространства. Примеры метрических пространств.
15. Сходимость в метрических пространствах. Фундаментальная последовательность. Полнота метрических пространств.
16. Принцип сжимающих отображений и его применения.
17. Интеграл Лебега и его свойства.
18. Коммутативность свертки. Теорема о непрерывности свертки.
19. Интегральные неравенства Чебышева для сверток.
20. Свойства неотрицательных решений интегрального уравнения типа свертки с неубывающим ядром и степенной нелинейностью.
21. Априорные оценки решения нелинейного уравнения типа свертки.
22. Инвариантность класса P_b относительно нелинейного оператора свертки.
23. Метрическое пространство P_b и его полнота.
24. Лемма Окрасински о ядре.
25. Теорема существования и единственности решения для уравнения типа свертки со степенной нелинейностью.
26. Решение интегральных уравнения типа свертки со степенно нелинейностью.

2.2. Задания к зачету

Практические задания

Задание 1.

1. Является ли функция $y = \sin x$ решением интегральных уравнений Вольтерра:

1.1. $\int_0^x y(t)dt = 1 - \cos x$, 1.2. $y(x) = 1 + \int_0^x xy(t)dt$.

2. Указать тип интегральных уравнений:

2.1. $y(x) = 1 + \int_0^x e^{y(t)}dt$, 2.2. $\int_0^x ty(t)dt = 1 - x$.

3. Применив метод дифференцирования, найти решение уравнений:

3.1. $\int_0^x e^{t-x}y(t)dt = 1$, 3.2. $y(x) = e^x + \int_0^x e^{x-t}y(t)dt$.

4. Составить интегральные уравнения, эквивалентные задачам Коши: .

4.1. $y'' + y = \cos x, \quad y(0) = y'(0) = 0$, 4.2. $y'' + y = \cos x, \quad y(0) = 0, y'(0) = -1$.

5. Применив степенной ряд, найти три члена разложения решения уравнений: .

4.1. $y(x) = x - \int_0^x y(t)dt$, 4.2. $y(x) = \frac{x^2}{2} - \int_0^x y(t)dt$.

6. Применив ряд по степеням параметра, найти три члена разложения уравнения

$$y(x) = 1 - \int_0^x (x - t)y(t)dt.$$

7. Найти третье итерированное ядро для ядра $K(x, s) = 1$.

8. Найти три слагаемых разложения в ряд резольвенты ядра $K(x, s) = 1$.

9. Записать решение уравнения, если резольвента ядра известна

$$y(x) - \lambda \int_0^x K(x, t)y(t)dt = f(x).$$

10. Найти третье приближение к решению, применив метод последовательных приближений для уравнения

$$y(x) = 2x^2 - \int_0^x xy(t)dt.$$

Задание 2.

1. Является ли функция $y = 1 - x$ решением интегральных уравнений Фредгольма:

1.1. $\int_0^1 y(t)dt = 1 - x$, 1.2. $y(x) = 1 - 2\int_0^1 xy(t)dt$.

2. Указать тип интегральных уравнений:

2.1. $y(x)=1+\int_a^b e^{y(t)}dt$, 2.2. $\int_a^b ty(t)dt=1-x$.

3. Применив метод вырожденных ядер, найти решение уравнений:

3.1. $\int_0^1 e^{t-x}y(t)dt=1$, 3.2. $y(x)=e^x+\int_0^1 e^{x-t}y(t)dt$.

4. Применив степенной ряд, найти три члена разложения решения уравнений: .

4.1. $y(x)=x-\int_0^1 y(t)dt$, 4.2. $y(x)=\frac{x^2}{2}-\int_0^1 y(t)dt$.

5. Применив степенной ряд, найти три члена разложения решения уравнений: .

4.1. $y(x)=x-\int_0^1 y(t)dt$, 4.2. $y(x)=\frac{x^2}{2}-\int_0^1 y(t)dt$.

6. Применив ряд по степеням параметра, найти три члена разложения уравнения

$$y(x)=1-\int_0^1 (x-t)y(t)dt.$$

7. Найти третье итерированное ядро для ядра $K(x,s)=1$.

8. Найти три слагаемых разложения в ряд резольвенты ядра $K(x,s)=1$.

9. Записать решение уравнения, если резольвента ядра известна

$$y(x)-\lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt=f(x).$$

10. Найти третье приближение к решению, применив метод последовательных приближений для уравнения

$$y(x)=2x^2-\int_0^1 xy(t)dt.$$

Контрольная работа №2

Задание 3.

3.1. Решить уравнения, применив метод дифференцирования:

а). $y(x)=\int_0^x (x-t)y(t)dt+x^2$; **б).** $y(x)=\int_0^x \cos(x-t)y(t)dt-e^{-x}$;

в). $y(x)=2\int_0^x \frac{2t+1}{(2x+1)^2}y(t)dt+1$.

3.2. Применив метод последовательных приближений, найти приближенное решение интегральных уравнений на отрезке $[0,1]$ с точностью до $\alpha=0{,}001$:

а). $y(x)=\frac{x^3}{3}-\int_0^x y(t)dt$; **б).** $y(x)=2x^2-\int_0^x xy(t)dt$;

в). $v(x)=\frac{x^3}{3}-\int_0^x v(t)dt$.

3.3. Решить уравнения, применив ряд по степеням параметра:

а). $y(x)=x-\int_0^x (x-t)y(t)dt$; **б).** $y(x)=x+\lambda\int_0^x xy(t)dt$;

в). $y(x)=1-\int_0^x (x-t)y(t)dt$.

3.4. Вычислив итерированные ядра и резольвенту, решить уравнения:

а). $y(x)=\frac{5}{6}x+\frac{1}{2}\int_0^1 xty(t)dt$; **б).** $y(x)=e^x+\frac{1-e}{2}+\frac{1}{2}\int_0^1 y(t)dt$;

в). $y(x)=2x-\pi+4\int_0^1 \sin^2 x\cdot y(t)dt$.

3.5. Решить уравнения, используя метод вырожденных ядер:

а). $y(x)-\lambda\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \mathrm{tg}t\cdot y(t)dt=\mathrm{ctg}x$; **б).** $y(x)-\lambda\int_0^x \cos(q\ln t)y(t)dt=1$;

в). $y(x)-\lambda\int_0^x |\pi-t|\sin x\cdot y(t)dt=x$.

3.6. Решить интегральные уравнения, воспользовавшись теоремами Фредгольма в двух случаях 1) если λ не является характеристическим числом ядра; 2) если λ является характеристическим числом:

а). $y(x)-\lambda\int_0^{\pi} \cos^2 x\cdot y(t)dt=1$; **б).** $y(x)-\lambda\int_0^x xe^t y(t)dt=x$;

в). $y(x)-\lambda\int_0^x |\pi-x|\cdot y(t)dt=x$.

3.7. Определить собственные значения и собственные функции уравнений методом вырожденных ядер:

а). $y(x)-\lambda\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \mathrm{tg}t\cdot y(t)dt=\mathrm{ctg}x$;**б).** $y(x)-\lambda\int_0^x \cos(q\ln t)y(t)dt=1$;

в). $y(x)-\lambda\int_0^x |\pi-t|\sin x\cdot y(t)dt = x$.

3.8. По методу Келлога определить собственные значения и собственные функции уравнений:

а). $y(x)=x+4\int_0^1 x^2t^2y(t)dt$; **б).** $y(x)=\frac{5}{6}x+\frac{1}{2}\int_0^x xty(t)dt$; **в).** $y(x)=\lambda\int_0^x xty(t)dt$.

Задание 4.

4.1. Пусть $A,B\in L(X,Y)$, $\alpha,\beta\in\mathbf{C}$. Доказать, что $(\alpha\cdot A+\beta\cdot B)^*=\overline{\alpha}\cdot A^*+\beta\cdot B^*$.

4.2. Пусть $A,B\in L(X,X)$. Доказать, что $(A\cdot B)^*=B^*\cdot A^*$.

4.3. Пусть $A\in L(X,Y)$ и непрерывно обратим. Доказать, что A^* непрерывно обратим и $(A^*)^{-1}=(A^{-1})^*$.

4.4. Найти сопряженный к оператору $A: L_2(0,1)\to L_2(0,1)$, если

а). $Ax(t)=\int_0^t x(s)ds$; **б).** $A\,x(t)=t\cdot x(t)$; **в).** $A\,x(t)=\int_0^1 t\cdot x(t)dt$;

г). $E_\lambda x(t)=\begin{cases} x(t), & t\le\lambda \\ 0, & t>\lambda \end{cases}$; **д).** $A\,x(t)=x(t^\alpha)$.

4.5. Найти сопряженный к оператору $A:\ell_p\to\ell_p$, если

а). $A\,x=(0,x_1,x_2,\ldots)$; **б).** $A\,x=(\alpha_1x_1,\alpha_2x_2,\ldots)$, $\alpha_i\in\mathbf{R}$;

в). $A\,x=(0,0,\alpha_1x_1,\alpha_2x_2,\ldots)$, $\alpha_i\in\mathbf{C}$; **г).** $A\,x=(x_2,x_3,\ldots)$.

4.6. Найти сопряженный к оператору $A:\ell_1\to\ell_1$, если

а). $A\,x=(x_1,x_2,\ldots,x_n,0,0,\ldots)$; **б).** $A\,x=\left(\underbrace{0,0,\ldots,0}_{n-1},x_1,0,\ldots\right)$; $n\in\mathbf{N}$;

в). $A\,x=(\alpha_nx_n,\alpha_{n+1}x_{n+1},\ldots)$, $\alpha_i\in\mathbf{C}$, $n\in\mathbf{N}$.

Задание 5.

5.1. Пусть $A:X\to X$ - линейный оператор и оператор A^{-1} существует. Доказать, что A и A^{-1} имеют одни и те же собственные векторы.

5.2. Пусть $A\in L(X,X)$ и оператор A^2 имеет собственный вектор. Доказать, что и A имеет собственный вектор.

5.3. В вещественном линейном пространстве $C[-\pi,\pi]$ найти собственные значения и собственные векторы оператора:

а). $A\,x(t)=x(-t)$; **б).** $A\,x(t)=\int\limits_{-\pi}^{\pi}\cos(s+t)x(s)ds$.

5.4. Пусть $A\in L(X,X)$. Может ли быть оператор $R_\lambda(A)$ компактным ?

5.5. Пусть A - оператор умножения на непрерывную вещественную функцию $a(t)$ в пространстве $L_2(0,1)$. Найти $\sigma(A)$.

5.6. В пространстве $C[0,2\pi]$ рассмотрим оператор $A\,x(t)=e^{it}x(t)$. Доказать, что $\sigma(A)=\{\lambda\in\mathbf{C},\ \ |\lambda|=1\}$.

5.7. В пространстве $C[0,1]$ рассмотрим оператор $A\,x(t)=x(0)+t\cdot x(t)$. Найти $\sigma(A)$, $\rho(A)$, $R_\lambda(A)$.

5.8. В пространстве $C[0,1]$ рассмотрим оператор $A\,x(t)=\int\limits_0^t x(\tau)d\tau$. Найти $\sigma(A), R_\lambda(A)$. Изменится ли ответ, если A рассматривать как оператор в $L_1(0,1)$?

5.9. Рассмотрим оператор $A:\ell_p\to\ell_p$, $\quad A\,x=(x_2,x_3,\ldots)$. Найти $\sigma(A)$.

5.10. Рассмотрим оператор $A:\ell_2\to\ell_2$, $\quad A\,x=(\lambda_1x_1,\lambda_2x_2,\ldots)$, где $\lambda_n\in\mathbf{C}$, $\ n=1,2,\ 3,\ldots$ и $\sup\limits_n|\lambda_n|<\infty$. Найти $\sigma(A)$.

5.11. Доказать, что оператор $A:\ell_2\to\ell_2$, $\quad A\,x=\left(0,x_1,\frac{x_2}{2},\frac{x_3}{3},\ldots\right)$ компактен и найти $\sigma(A)$.

5.12. Доказать, что оператор $A:L_2(-1,1)\to L_2(-1,1)$, $\quad A\,x(s)=\int\limits_{-1}^{1}s^2t\,x(t)dt$ компактен и найти его спектр.

5.13. Доказать, что оператор $A:L_2(0,1)\to L_2(0,1)$, $\quad A\,x(s)=\int\limits_0^1 st(1-st)x(t)dt$, компактен и найти его спектр.

5.14. Доказать, что ***собственные векторы самосопряженного оператора***, соответствующие различным собственным значениям, ***ортогональны***.

5.15. Доказать, что оператор $A\in L(X,X)$ и его резольвента $R_\lambda(A)$ перестановочны, т.е. $A\cdot R_\lambda(A)=R_\lambda(A)\cdot A$.

5.16. Доказать, что если $\lambda,\mu\in\rho(A)$, то справедливо **равенство Гильберта**: $R_\lambda(A)-R_\mu(A)=(\lambda-\mu)\cdot R_\lambda(A)\cdot R_\mu(A)=(\lambda-\mu)\cdot R_\mu(A)\cdot R_\lambda(A)$.

2.3. Структура билета к зачету (примерная):

1. *Теоретический вопрос:* Признак Дирихле сходимости несобственного интеграла по параметру
2. *Практическое задание*. Исследовать интеграл на сходимость $\int_0^{+\infty}e^{-xy}\frac{sinx}{x}dx$

3. Критерии и шкала оценивания письменного ответа обучающегося на экзамене:

Максимальное количество баллов на экзамене – 30, из них:
1. Ответ на первый вопрос, содержащийся в билете – 15 баллов.
2. Ответ на второй вопрос, содержащийся в билете – 15 баллов.

Таблица 11

№ n/n	Характеристика ответа на первый вопрос	Баллы
1.	Полный развернутый ответ, прослеживается систематичность знаний, привлекается дополнительный материал, подкрепление материала примерами, активно используются основные понятия изучаемого раздела.	**13-15**
2.	Недостаточно систематизированное изложение материала, допущены неточности, примеры приводятся с трудом.	**10-12**
3	Отсутствие логики изложения материала, невозможность приведения примеров, допущены грубые ошибки.	**7-9**
4.	Материал изложен на половину, общие фразы, отсутствие логики ответа..	**6 и менее**

Расчет итоговой рейтинговой оценки

Таблица 12

До 50 баллов включительно	«неудовлетворительно»
От 51 до 70 баллов	«удовлетворительно»
От 71 до 85 баллов	«хорошо»
От 86 до 100 баллов	«отлично»

4. Уровни сформированности компетенций по итогам освоения дисциплины (модуля)

Таблица 13

Индикаторы достижения компетенции (ИДК)	**Уровни сформированности компетенций**			
	«отлично»	**«хорошо»**	**«удовлетворительно»**	**«неудовлетворительно»**
	86-100	**71-85**	**51-70**	**Менее 51**
	«зачтено»			**«не зачтено»**
Код и наименование формируемой компетенции				
ОПК-8	Знает: – свойства монотонных функций; – свойства интегралов, зависящих от параметра; – признаки равномерной сходимости несобственных интегралов по параметру (правильно выполнены задания более 90% и более 75% самостоятельной	Знает: – свойства монотонных функций; – свойства интегралов, зависящих от параметра; – признаки равномерной сходимости несобственных интегралов по параметр (правильно выполнены более 80% заданий и более 50% самостоятельной работы)у	Знает: – свойства монотонных функций; – свойства интегралов, зависящих от параметра; – признаки равномерной сходимости несобственных интегралов по параметру (правильно выполнены более 60% заданий и имеются верно выполненные задания самостоятельной	Знает: – свойства монотонных функций; – свойства интегралов, зависящих от параметра; – признаки равномерной сходимости несобственных интегралов по параметру (правильно выполнены менее 60% заданий самостоятельной работы)

	работы)		работы)	
	Умеет: – вычислять собственные интегралы, зависящие от параметра – вычислять несобственные интегралы, зависящие от параметра. (правильно выполнены задания более 90% и более 75% самостоятельной работы)	Умеет: – вычислять собственные интегралы, зависящие от параметра – вычислять несобственные интегралы, зависящие от параметра (правильно выполнены более 80% заданий и более 50% самостоятельной работы)	Умеет: – вычислять собственные интегралы, зависящие от параметра (правильно выполнены более 60% заданий и имеются верно выполненные задания самостоятельной работы)	Не умеет: – вычислять собственные интегралы, зависящие от параметра – вычислять несобственные интегралы, зависящие от параметра (правильно выполнены менее 60% заданий самостоятельной работы)
	Владеет – математическим аппаратом; – методами математического анализа (правильно выполнены задания более 90% и более 75% самостоятельной работы)	Владеет – математическим аппаратом; – методами математического анализа (правильно выполнены более 80% заданий и более 50% самостоятельной работы)	Владеет – математическим аппаратом; – методами математического анализа (правильно выполнены более 60% заданий и имеются верно выполненные задания самостоятельной работы)	Не владеет – математическим аппаратом (правильно выполнены менее 60% заданий самостоятельной работы); – методами математического анализа
ПК-1.	Знает: – основные методы интегрирования интегралов, зависящих от параметра (правильно выполнены задания более 90% и более 75% самостоятельной работы)	Знает: – основные методы интегрирования интегралов, зависящих от параметра (правильно выполнены более 80% заданий и более 50% самостоятельной работы)	Знает: – основные методы интегрирования интегралов, зависящих от параметра (правильно выполнены более 60% заданий и имеются верно выполненные задания самостоятельной работы)	Не знает: – основные методы интегрирования интегралов, зависящих от параметра (правильно выполнены менее 60% заданий самостоятельной работы)
	Умеет: – исследовать несобственные интегралы, зависящие от параметра, на сходимость (правильно выполнены задания более 90% и более 75% самостоятельной работы)	Умеет: – исследовать несобственные интегралы, зависящие от параметра, на сходимость (правильно выполнены более 80% заданий и более 50% самостоятельной работы)	Умеет: – исследовать несобственные интегралы, зависящие от параметра, на сходимость (правильно выполнены более 60% заданий и имеются верно выполненные задания самостоятельной работы)	Не умеет: – исследовать несобственные интегралы, зависящие от параметра, на сходимость (правильно выполнены менее 60% заданий самостоятельной работы)
	Владеет: навыками использования утверждений методов курса при решении задач в рамках направления	Владеет: навыками использования утверждений методов курса при решении задач в рамках направления	Владеет: навыками использования утверждений методов курса при решении задач в рамках направления	Не владеет: навыками использования утверждений методов курса при решении задач в рамках направления

	подготовки и для реализации основной общеобразовательной программы основного общего образования (правильно выполнены задания более 90% и более 75% самостоятельной работы)	подготовки и для реализации основной общеобразовательной программы основного общего образования (правильно выполнены более 80% заданий и более 50% самостоятельной работы)	подготовки и для реализации основной общеобразовательной программы основного общего образования (правильно выполнены более 60% заданий и имеются верно выполненные задания самостоятельной работы)	подготовки и для реализации основной общеобразовательной программы основного общего образования (правильно выполнены менее 60% заданий самостоятельной работы)

Приложение 2

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ / МОДУЛЯ
Дополнительные главы математического анализа
(наименование дисциплины / модуля)

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование
Профиль «Математическое образование»
(год набора 2023, форма обучения очная, заочная)

на 20___/ 20___ учебный год

В рабочую программу дисциплины / модуля вносятся следующие изменения:

№ n/n	**Раздел рабочей программы (пункт)**	**Краткая характеристика вносимых изменений**	**Основание для внесения изменений**