Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Байханов Исмаил Баутдинович
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.06.2021 16:12:17
Уникальный программный ключ:
442c337cd125e1d014f62698c9d813e502697764

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Чеченский государственный педагогический университет»

Кафедра математического анализа

Утверждаю
И.о. зав.каф. Х.С. Тарамова

Протокол № 8 от 28 апреля
заседания кафедры

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

44.04.01- Педагогическое образование

«Математическое образование»

Магистратура

заочная

2021

Грозный, 2021

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель: базовая подготовка бакалавра в области современного функционального анализа. Изучение основ функционального анализа позволяет оптимизировать обучение, используя методы математического анализа как пропедевтический материал к изучению интегро-дифференциальных уравнений.

Задачи изучения дисциплины:

– выстраивание общего контекста математического мышления как культурной формы деятельности, определяемой как структурными особенностями математического знания, так и местом математики в системе наук;

– развитие способности применять общие алгебраические и геометрические результаты к конкретным прикладным задачам;

– развитие способности переходить от частных результатов к общему и выстраивать общую теорию на основе эмпирических данных.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1. О. 02.06 «Функциональный анализ» относится к обязательной части блока 1. Дисциплины (модули) профильному модулю.

Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами*:* курс элементарной математики, параллельное изучение алгебры и математического анализа. Знания: основ элементарной математики, алгебры и математического анализа. Умения: обращаться с алгебраическими выражениями, числами, многочленами, элементарными функциями и их свойствами; решать типовые задачи алгебры, математического анализа. Навыки: мыслительной деятельности, логического анализа, математического и геометрического мышления.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

– ОПК-8 – способен проектировать педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний и результатов исследований;

– ПК-1 – способен реализовывать программы обучения математике в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов.

Планируемые результаты обучения

Код и наименование компетенции	**Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции**	**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
ОПК-8. Способен проектировать педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний и результатов исследований	ИОПК 8.1. Знает: особенности педагогической деятельности; требования к субъектам педагогической деятельности; результаты научных исследований в сфере педагогической деятельности. ИОПК 8.2. Умеет: использовать современные специальные научные знания и результаты исследований для выбора методов в педагогической деятельности. ИОПК 8.3. Владеет: методами, формами и средствами педагогической деятельности;	**знать:** - основные понятия и теоретические факты функционального анализа; – основные способы и методы решения задач функционального анализа; **уметь:** - собирать, обобщать, анализировать эмпирическую информацию, решать разнообразные логические задачи; **владеть:** языком функционального анализа

	осуществляет их выбор в зависимости от контекста профессиональной деятельности с учетом результатов научных исследований.	
ПК-1. Способен реализовывать программы обучения математике в соответствии с требованиями федеральных государственн ых образовательн ых стандартов	ИПК 1.1. Знает: преподаваемый предмет; современные образовательные технологии; особенности организации образовательного процесса по математике в соответствии с требованиями образовательных стандартов. ИПК 1.2. Умеет: использовать педагогически обоснованные формы, методы и приемы организации деятельности обучающихся по математике; применять современные образовательные технологии; создавать образовательную среду, обеспечивающую формирование у обучающихся образовательных результатов, предусмотренных ФГОС ИПК 1.3. Владеет навыками профессиональной деятельности по реализации про-грамм обучения математике	**знать:** содержание курса в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов; основные термины, понятия по учебному предмету в соответствии с требованиями действующих образовательных стандартов; **уметь:** соотнести содержание дисциплины с содержанием и проблемами курса функционального анализа; применять рассмотренный теоретический материал к решению конкретных задач, в объёме необходимом для реализации требований образовательных стандартов; **владеть**: навыками использования утверждений методов курса при решении задач в рамках направления подготовки и для реализации основной общеобразовательной программы основного общего образования.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е. (108 академ. часа)

	Количество академических часов
4.1. Объем контактной работы обучающихся с преподавателем	10
4.1.1. аудиторная работа	6
в том числе:	
лекции	2
практические занятия, семинары, в том числе практическая подготовка	8
4.1.2. внеаудиторная работа	
в том числе:	
индивидуальная работа обучающихся с преподавателем	2
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем	1
4.2. Объем самостоятельной работы обучающихся	94
в том числе часов, выделенных на подготовку к зачету	18

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Общая трудоёмкость в акад.часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад.часах)		
			Лек	Прак	СР
1.	*Метрические пространства.* Линейные пространства. Метрические пространства. Предел последовательности. Замыкания. Непрерывные функции. Примеры метрических пространств. Полные пространства. Теорема о пополнении. Принцип сжимающих отображений. Теорема Бэра. Компактность. Критерий компактности в метрическом пространстве.	26,5	0,5	2	24
2.	*Нормированные пространства.* Линейные нормированные пространства. Компактные множества в линейных нормированных пространствах. Теорема Арцела.	26,5	0,5	2	24
3.	*Гильбертовы пространства.* Тождество параллелограмма. Теорема о разложении гильбертова пространства в прямую сумму. Ортонормированные системы. Неравенство Бесселя. Полные ортонормированные системы.	26,5	0,5	2	24
4.	*Линейные операторы.* Линейные операторы в нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора. Продолжение оператора по непрерывности. Линейные функционалы. Пространство линейных непрерывных операторов; его полнота. Принцип равномерной ограниченности. Теорема Банаха – Штейнгауза. Обратные операторы. Теоремы об обратном операторе. Спектр и резольвента линейного оператора. Сопряженное пространство. Теорема Хана – Банаха в линейных нормированных пространствах и её следствия..	28,5	0,5	2	26
	Итого	108	2	8	94(+4 зачет)

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

№ п/п	Наименование раздела дисциплины. Тема.	Вид самостоятельной работы обучающихся
1.	Рефлексивность нормированных пространств.	Подготовка сообщений и докладов. Конспект
2.	Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве.	Подготовка сообщения или доклада. Конспект
3.	Элементы спектральной теории.	Подготовка сообщения или доклада. Конспект
4.	Компактные операторы. Основные свойства компактных операторов.	Подготовка сообщения или доклада. Конспект.

1) Глазырина, П.Ю. Функциональный анализ. Типовые задачи: учебное пособие/Глазырина П.Ю., Дейкалова М.В., Коркина Л.Ф.. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 216 с. — ISBN 978-5-7996-1771-4. — Текст: электронный ЭБС IPR BOOKS URL: http://www.iprbookshop.ru/66213.html.

2) Крепкогорский, В.Л. Функциональный анализ:учебное пособие/ Крепкогорский В.Л.. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 116 с. — ISBN 978-5-7882-1650-8. — Текст: электронный ЭБС IPR BOOKS URL: http://www.iprbookshop.ru/62016.html.

3) Ревина, С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах: учебное пособие/ Ревина С.В., Сазонов Л.И.. — Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2009. — 120 с. — ISBN 978-5-9275-0683-5. — Текст: электронный ЭБС IPR BOOKS URL: http://www.iprbookshop.ru/47190.html

7. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

7.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Средства текущего контроля успеваемости, характеризующие этапы формирования	Перечень компетенций
1.	Раздел 1. *Метрические пространства.*	Устный опрос, выполнение индивидуальных практических заданий, аттестационная работа № 1.	ОПК-8, ПК-1
2.	Раздел 2. *Нормированные пространства.*	Устный опрос, выполнение индивидуальных практических заданий.	ОПК-8, ПК-1
3.	Раздел 3. *Гильбертовы пространства.*	Устный опрос, выполнение индивидуальных практических заданий, аттестационная работа № 2.	ОПК-8, ПК-1
4.	Раздел 4. *Линейные операторы*	Устный опрос, выполнение индивидуальных практических заданий.	ОПК-8, ПК-1

7.2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Преподавание дисциплины ведется в четвертом семестре. Промежуточная аттестация – зачет.

Согласно Положению о балльно-рейтинговой системе в Университете установлена следующая шкала оценивания:

0 – 50 баллов – «не зачтено»;

51 – 100 баллов – «зачтено».

Критерии оценочных средств:

1. Устные вопросы по темам практических занятий в каждом текущем контроле

Балл	Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения компетенций*
1	Максимальный уровень	*Студент верно ответил на поставленный вопрос*
0	Минимальный уровень	*Студент не ответил на поставленный вопрос*

2. Контрольная работа в каждом рубежном контроле

Балл	Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения компетенций*
10	Максимальный уровень	*Контрольная работа оформлена в соответствии с предъявляемыми требованиями, содержит 1-2 мелких ошибки; ответы студента правильные, четкие, содержат 1-2 неточности*

8	Средний уровень	*Контрольная работа оформлена в соответствии с предъявляемыми требованиями, содержит не более 3 мелких ошибок; ответы студента правильные, четкие, содержат не более 3 мелких неточностей*
6	Минимальный уровень	*Контрольная работа содержит одну принципиальную или 3 или более недочетов; ответы студента правильные, но их формулирование затруднено и требует наводящих вопросов от преподавателя*
0	Минимальный уровень не достигнут.	*Контрольная работа содержит более одной принципиальной ошибки моделей решения задачи; контрольная работа оформлена не в соответствии с предъявляемыми требованиями; ответы студента путанные, нечеткие, содержат множество ошибок, или ответов нет совсем; несоответствие варианту.*

7.2. Перечень заданий к 1-й и 2-й промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к 1-ой аттестации
(ОПК-8, ПК-1)

1. Доказать, что аксиомы метрического пространства эквивалентны двум аксиомам:

1) $\rho(x,y)=0 \Leftrightarrow x=y$ (аксиома тождества);

2) для любых трех элементов x, y и z

$\rho(x,y)\le\rho(x,z)+\rho(y,z)$ (аксиома треугольника).

2. Доказать, что для любых точек $x_1, x_2, ..., x_n$ метрического пространства справедливо неравенство

$$\rho(x_1,x_n)\le\rho(x_1,x_2)+\rho(x_2,x_3)+...+\rho(x_{n-1},x_n).$$

3. Доказать, что шар (замкнутый шар) в произвольном линейном нормированном пространстве является выпуклым множеством.

4. Пусть $L\subset X$ - линейное многообразие, $L\ne X$. Доказать, что L не содержит никакого шара

Вопросы для подготовки ко 2-ой аттестации
(ОПК-8, ПК-1)

1. Образует ли в R^2 скалярное произведение следующие выражения:

а). $(x,y)=x_1+y_1$; **б).** $(x,y)=x_1\cdot y_1$; **в).** $(x,y)=2x_1y_1+5x_2y_2$.

2. Доказать, что в указанных пространствах нельзя ввести скалярное произведение, согласующиеся с нормами этих пространств:

а). $C\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$; **б).** $L_1\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$; **в).** $\lambda_p,\ p\ne 2$ ..

3. Для каких функций $a(t)$ оператор $Ax(t)=a(t)\cdot x(t)$ непрерывен в **:**

а). $C[0,1]$; **б).** $L_2(0,1)$ **?** Если он непрерывен, то найти его норму.

4. Показать, что операторы A_1 и A_2 :

$$A_1x(t)=\int_0^1\frac{x(s)}{\sqrt{|t-s|}}ds,\quad A_2x(t)=\frac{1}{t}\int_0^1 x(s)ds$$

действуют из $L_2(0,1)$ в $L_2(0,1)$ и ограничены, причем $\|A_1\|\le 2\sqrt{2}$, $\|A_2\|\le 2$.

7.2. Вопросы для подготовки к зачету (ОПК-8, ПК-1)

1. Метрическое пространство: основные свойства, примеры.
2. Сходимость в метрическом пространстве;
3. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве;
4. полнота метрического пространства.
5. Определение и примеры нормированного пространства.
6. Банахово пространство. Примеры.
7. Пространства числовых последовательностей.
8. Неравенства Юнга, Гельдера и Минковского для последовательностей.
9. Пространство ограниченных функций.
10. Пространство непрерывных функций.
11. Измеримые функции: определение, примеры, простейшие свойства.
12. Пространство Лебега.
13. Интегральные неравенства Гельдера и Минковского.
14. Сепарабельные пространства.
15. Сепарабельность пространства $C[0,1]$.
16. Несепарабельность пространства λ_∞.
17. Сепарабельность пространства L_p, $p \in [1, +\infty)$
18. Несепарабельность пространства $L_\infty(0,1)$.
19. Изоморфность метрических и нормированных пространств.
20. Пополнение метрического и нормированного пространств (определение и единственность).
21. Существование пополнения метрического пространства.
22. Существование пополнения нормированного пространства.
23. Лемма о вложенных шарах.
24. Теорема Бэра-Хаусдорфа.
25. Предкомпактность в метрических пространствах. Теорема Хаусдорфа.
26. Предкомпактность в банаховых пространствах.
27. Лемма о почти перпендикуляре.
28. Непредкомпактность единичного шара в бесконечномерном банаховом пространстве.
29. Простейшие признаки предкомпактности в абстранктном метричеком пространстве.
30. Прекомпактность в пространствах числовых последовательностей.
31. Прекомпактность в C[a, b] (теорема Арцела-Асколи).
32. Линейные ограниченные операторы в нормированных пространствах.
33. Пространство L(E, F).
34. Банаховость пространства L(E, F).
35. Распространение линейного ограниченного оператора по непрерывности.
36. Оператор умножения на функцию.
37. Интегральные операторы. Лемма Шура. Операторы Гильберта-Шмидта.
38. Преобразование Фурье.
39. Принцип равномерной ограниченности (первый принцип функционального анализа).
40. Сильная сходимость. Теорема Банаха-Штейнгауза.

41. Прекомпактность в Lp.
42. Компактные операторы в нормированных пространствах.
43. Примеры компактных операторов.
44. Обратный оператор; ряд Неймана.
45. Принцип открытости отображения. Второй принцип функционального анализа.
46. График оператора. Теорема о замкнутом графике.
47. Замкнутый оператор.
48. Регулярные точки замкнутого оператора.
49. Резольвента замкнутого оператора.
50. Спектр замкнутого оператора.
51. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Следствия.
52. Двойственное пространство.
53. Второе двойственное пространство. Каноническое вложение.
54. Рефлексивные пространства.
55. Примеры рефлексивных и нерефлексивных пространств.
56. Слабая сходимость.
57. $*$-слабая сходимость. Теорема Банаха-Алаоглу.
58. Пример «слабой неполноты». Нерефлексивность C[a, b].

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Виды литературы	Автор, название литературы, город, издательство, год	Количество часов, обеспеченных указанной литературой	Количество обучающихся	Количество экземпляров в библиотеке	Режим доступа ЭБС/ электронный носитель (CD,DVD)	Обеспеченность обучающихся
Основная литература	Глазырина, П.Ю. Функциональный анализ. Типовые задачи: учебное пособие/Глазырина П.Ю., Дейкалова М.В., Коркина Л.Ф.. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 216 с. — ISBN 978-5-7996-1771-4. — Текст : электронный	6/94	6		ЭБС IPR BOOKS URL: http://www.iprbookshop.ru/66213.html	100 %
	Крепкогорский, В.Л. Функциональный анализ:учебное пособие/ репкогорский В.Л.. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 116 с. — ISBN 978-5-7882-1650-8. — Текст : электронный	6/94	6		ЭБС IPR BOOKS URL: http://www.iprbookshop.ru/62016.html	100 %
	Ревина, С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах: учебное пособие / Ревина С.В., Сазонов Л.И.. — Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2009. — 120 с. — ISBN 978-5-9275-0683-5. — Текст : электронный	6/94	6		ЭБС IPR BOOKS URL: http://www.iprbookshop.ru/47190.html	100 %

	Власова, Е. А. Элементы функционального анализа: учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6. — Текст : электронный	6/94	6		ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/168870	100 %
	Лебедев, В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика/ В.И Лебедев – М.: Физматлит,2000.-296с.	6/94	6	12		
Дополнительная литература	Белоусова, Е. П. Функциональный анализ : методические указания / Е. П. Белоусова, Т. И. Смагина. — Воронеж : ВГУ, 2016. — 25 с. — Текст : электронный	6/94	6		ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/165275	100 %
	Павлов, Е. А. Основы функционального анализа: учебное пособие / Е. А. Павлов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 88 с. — ISBN 978-5-8114-3635-4. — Текст : электронный	6/94	6		ЭБС ЛаньS URL: https://e.lanbook.com/book/116362	100 %
	Умаров, Х.Г. Функциональный анализ в задачах анизотропной фильтрации: учебное пособие/ Х.Г. Умаров - Грозный;2006.-168с.	2/30	6	50		100 %

8.2. Перечень Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

1) Электронно-библиотечная система IPRbooks (www.iprbookshop.ru).
2) Образовательная платформа «ЮРАЙТ» https://urait.ru/).
3) Электронно-библиотечная система«Лань» (https://e.lanbook.com/).
4) МЭБ (Межвузовская электронная библиотека) НГПУ. (https://icdlib.nspu.ru/).
5) НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU (https://www.elibrary.ru/)
6) СПС «КонсультантПлюс» (http://www.consultant.ru/)
7) http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics
8) http://atomas.ru/mat

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Помещения для осуществления образовательного процесса	Перечень основного оборудования (с указанием кол-ва посадочных мест)	Адрес (местоположение)
Аудитории для проведения лекционных занятий		
Лекционная аудитория - ауд. 4-07	Аудиторная доска, (столы ученические, стулья ученические на 20 посадочных мест, учебная доска - 1шт., наглядные пособия.	Уч. корпус №3 г. Грозный, ул. Ляпидевского № 9а
Аудитории для проведения практических занятий, контроля успеваемости		
Компьютерный класс - ауд. 2-01	Компьютеры с выходом в Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза, технические средства для	Уч. корпус №3

	отображения мультимедийной или текстовой информации: мультимедиа проектор, экран, акустическая система. Количество посадочных мест -30.	г. Грозный, ул. Ляпидевского № 9а
Аудитория для практических занятий - ауд.4-07	Аудиторная доска, (столы ученические, стулья ученические на 20 посадочных мест, учебная доска - 1шт., наглядные пособия.	Уч. корпус №3 г. Грозный, ул. Ляпидевского № 9а
Помещения для самостоятельной работы		
Читальный зал библиотеки ЧГПУ	Компьютеры с выходом в Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза. Количество посадочных мест - 50.	Электронный читальный зал. этаж 2 Библиотечно-компьютерный центр г. Грозный, ул. Субры Кишиевой, 33

Автор рабочей программы:

Профессор, д.ф-м.н., доцент _____ Асхабов С.Н.

СОГЛАСОВАНО:

Директор библиотеки _____ Арсагириева Т.А.

10. ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ В РПД

Раздел (подраздел), в который вносятся изменения	**Основания для изменений[1]**	**Краткая характеристика вносимых изменений**	**Дата и номер протокол заседания кафедры**

[1] Ежегодная актуализация, запрос работодателя и др.