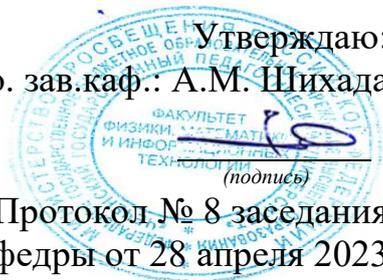


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Байханов Исмаил Баутдинович
Должность: Ректор
Дата подписания: 11.07.2023 17:19:29
Уникальный программный код:
442c337cd125e1d014f62698c9d813e502697764

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ПЕЧАЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Утверждаю:
и.о. зав.каф.: А.М. Шихада

(подпись)
Протокол № 8 заседания
кафедры от 28 апреля 2023



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(код и направление подготовки)

Профили подготовки

«Физика» и «Экономическое образование»

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2023

Грозный, 2023

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ / МОДУЛЯ

1.1. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1. В.01.05 «Дифференциальные уравнения» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений, предметно-методического модуля по профилю «Математика» Блока 1.

Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: курс элементарной математики, параллельное изучение высшей математики. Знания: основ элементарной математики, высшей математики. Умения: обращаться с алгебраическими выражениями, числами, многочленами, элементарными функциями и их свойствами; решать типовые задачи алгебры, математического анализа. Навыки: мыслительной деятельности, логического анализа, математического и геометрического мышления. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: теоретическая физика, большинство прикладных курсов, для подготовки выпускной квалификационной работы.

1.2. Цель освоения дисциплины (модуля)

Целью изучения дисциплины является формирование систематизированных знаний в области интегрирования дифференциальных уравнений; решение практических задач на основе классических методов и приемов решения дифференциальных уравнений.

Задачи изучения дисциплины:

- обеспечить подготовку бакалавра педагогического образования к будущей профессиональной деятельности;
- развивать логическое мышление и математическую культуру студентов;
- формировать необходимый уровень математической подготовки для понимания других прикладных дисциплин;
- привить студентам навыки самостоятельной работы;
- подготовить студентов к ведению исследовательской деятельности при выполнении выпускных квалификационных работ по математике;
- обеспечить подготовку студентов для продолжения образования в магистратуре.

1.3. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)

Достижение цели освоения дисциплины (модуля) обеспечивается через формирование следующих компетенций:

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенций, которые формирует дисциплина (модуль)	Планируемые результаты обучения
ПК-1 Способен осваивать и использовать	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области	Знает: <ul style="list-style-type: none">• роль и место математики в общей картине научного знания;

теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	(преподаваемого предмета)	<ul style="list-style-type: none"> структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. Умеет:
	ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	<ul style="list-style-type: none"> осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями к образованию. Владеет:
ПК-3 Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	ПК-3.1 Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	Знает:
		<ul style="list-style-type: none"> характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности. Умеет:
		<ul style="list-style-type: none"> оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности. Владеет:
		<ul style="list-style-type: none"> навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

1.4. Объем дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академ. часов)

Таблица 2

Вид учебной работы	Количество академ. часов
4.1. Объем контактной работы обучающихся с преподавателем	44
4.1.1. аудиторная работа	36
в том числе:	
лекции	12
практические занятия, семинары, в том числе практическая подготовка	24/4
4.1.2. внеаудиторная работа	8
в том числе:	
индивидуальная работа обучающихся с преподавателем	6
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем	2
4.2. Объем самостоятельной работы обучающихся	72
в том числе часов, выделенных на подготовку к зачету	18

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

2.1. Тематическое планирование дисциплины (модуля):

Таблица 3

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад. часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад. часах)		
			Лекции	Практ. занятия	Сам. работа
1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) первого порядка.	30	4	8	18
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков.	22	2	2	18
3.	Линейные дифференциальные уравнения (ЛДУ).	30	4	8	18
4.	Системы ЛДУ.	26	2	6	18
5.	Итого	108	12	24	72

2.2. Содержание разделов дисциплины (модуля):

Таблица 4

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание дисциплины (дидактические единицы)
1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) первого порядка.	Основные понятия и определения теории ОДУ первого порядка. Элементарные типы ОДУ первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения, неразрешенные относительно производной.
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Основные понятия и определения теории ОДУ высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.
3.	Линейные дифференциальные уравнения (ЛДУ).	Свойства решений. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов. Метод вариации произвольных постоянных.
4.	Системы ЛДУ.	Системы ЛОДУ. Системы ЛНДУ. Метод исключения. Метод Эйлера.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

3.1. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Таблица 5

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид самостоятельной работы обучающихся
1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.	1) Подготовка докладов и сообщений на тему «Приложения ОДУ первого порядка». 2) Выполнение индивидуальных заданий «ОДУ первого порядка и приводящиеся к ним»
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Выполнение индивидуальных заданий «Уравнение Клеро. Уравнение Лагранжа»
3.	Линейные дифференциальные уравнения.	1) Подготовка докладов и сообщений на тему «Уравнения, приводящиеся к линейным». 2) Выполнение индивидуальных заданий «ЛНДУ. Метод неопределенных коэффициентов. Метод Лагранжа»
4.	Системы ЛДУ.	Выполнение индивидуальных заданий «Системы ЛОДУ»

1) *Асхабов, С.Н.* Дифференциальные уравнения в упражнениях и задачах: учебное пособие/С.Н. Асхабов, Х.С. Тарамова. – Грозный: ЧГПУ, 208. – 130 с. – Текст электронный// ЭБС Лань URL: <https://e.lanbook.com/book/139414>

2) *Боровских, А. В.* Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 327 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01777-9. — Текст: электронный// ЭБС Юрайт URL: <https://urait.ru/bcode/451405>.

3) *Боровских, А. В.* Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2: учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 274 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02097-7. — Текст: электронный// ЭБС Юрайт URL: <https://urait.ru/bcode/452068>

4) *Романко, В.К.* Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению: учебное пособие/В.Л. Романко, Н.Х. Агаханов, В.В. Власов, Л.И. Коваленко. – 6-е изд. – Млскква: Лаборатория знаний, 2020. – 2222с. – ISBN 978-5-00101-799-8. Текст электронный// ЭБС Лань URL: <https://e.lanbook.com/book/135528>

3.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы дисциплины (модуля)

3.2.1. Основная и дополнительная литература

Таблица 6

Виды литературы	Автор, название литературы, город, издательство, год	Количество часов, обеспеченных указанной литературой	Количество обучающихся	Количество экземпляров в библиотеке университета	Режим доступа ЭБС/электронный носитель (CD,DVD)	Обеспеченность обучающихся литературой,
1	2	3	4	5	6	7
Основная литература						
1	<i>Асхабов, С.Н.</i> Дифференциальные уравнения в упражнениях и задачах: учебное пособие/С.Н. Асхабов, Х.С. Тарамова. – Грозный: ЧГПУ, 208. – 130 с. – Текст электронный	64/80 12/132	48	10	ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/139414	100%
2	<i>Боровских, А. В.</i> Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 327 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01777-9. — Текст: электронный	32/40 6/66	48		ЭБС Юрайт URL: https://urait.ru/bcode/451405	100%
3	<i>Боровских, А. В.</i> Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2: учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 274 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02097-7. — Текст: электронный	32/40 6/66	48		ЭБС Юрайт URL: https://urait.ru/bcode/452068	100%
4	<i>Демидович, Б.П.</i> Дифференциальные уравнения: учебное пособие/Б.П. Демидович, В.П. Моденов, – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2019. – 280 с. –ISBN 978-5-8114-4099-3. – Текст электронный	64/80 12/132	48		ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/115196	100%

1	2	3	4	5	6	7
5	<i>Рябушко, А. П.</i> Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы: учебное пособие / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — Минск : Вышэйшая школа, 2017. — 320 с. — ISBN 978-985-06-2798-8 (ч. 3), 978-985-06-2764-3. — Текст : электронный	64/80 12/132	48		IPR SMART: URL: http://www.iprbooks.hop.ru/90756.html	100%
6	<i>Романко, В.К.</i> Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению: учебное пособие/В.Л. Романко, Н.Х. Агаханов, В.В. Власов, Л.И. Коваленко. – 6-е изд. – Млскква: Лаборатория знаний, 2020. – 2222с. – ISBN 978-5-00101-799-8. Текст электронный	64/80 12/132	48	13	ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/135528	100%
Дополнительная литература						
1	<i>Муратова, Т. В.</i> Дифференциальные уравнения: учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 435 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01456-3. — Текст: электронный	64/80 12/132	48		ЭБС Юрайт URL: https://urait.ru/bcode/450091	100%
2	<i>Аксенов, А. П.</i> Дифференциальные уравнения в 2 т: учебник и практикум для академического бакалавриата / А. П. Аксенов. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 601 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-5873-7. — Текст: электронный	64/80 12/132	48		ЭБС Юрайт URL: https://urait.ru/bcode/448107	100%
3	<i>Аксенов, А. П.</i> Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1: учебник для вузов / А. П. Аксенов. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 241 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7420-1. — Текст: электронный	64/80 12/132	48		ЭБС Юрайт URL: https://urait.ru/bcode/451870	100%

1	2	3	4	5	6	7
4	<i>Султанов, Я.Т.</i> Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учебное пособие/ <i>Я.Т. Султанаев, О.Г. Гайдамак, Э.А. Назирова.</i> – Уфа: БГПУ имени М. Акмуллы, 2014. – 147с. ISBN 978-5-87978-875-4. – Текст: электронный	64/80 12/132	48		ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/56700	
5	<i>Суханова, Н. В.</i> Типовые расчеты: дифференциальные уравнения: учебно-методическое пособие. Направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность Математика, 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями), направленность Математика и Информатика, Математика и Начальное образование, уровень бакалавриата/ <i>Н. В. Суханова, Г. Р. Прозорова.</i> — Сургут: Сургутский государственный педагогический университет, 2019. — 174 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный	64/80 12/132	48		IPR SMART: URL: http://www.iprbooks.hop.ru/89988.html	100%

3.2.2. Интернет-ресурсы

- 1) Электронно-библиотечная система IPRbooks (www.iprbookshop.ru).
- 2) Образовательная платформа «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>.
- 3) Электронно-библиотечная система «Лань» (<https://e.lanbook.com/>).
- 4) МЭБ (Межвузовская электронная библиотека) НГПУ. (<https://icdlib.nspu.ru/>).
- 5) НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU (<https://www.elibrary.ru/>).
- 6) СПС «КонсультантПлюс» (<http://www.consultant.ru/>).
- 7) Подборка литературы по дифференциальным уравнениям <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>.
- 8) <http://atomas.ru/mat/difur>.

3.3. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:

Таблица 7

Помещения для осуществления образовательного процесса	Перечень основного оборудования (с указанием кол-ва посадочных мест)	Адрес (местоположение)
Аудитория для проведения лекционных занятий		
Лекционная аудитория - ауд. 4-07	Аудиторная доска, (столы ученические, стулья ученические на 20 посадочных мест, учебная доска - 1шт., наглядные пособия.	Уч. корпус №3 г. Грозный, ул. Ляпидевского № 9а
Аудитории для проведения практических занятий, контроля успеваемости		
Аудитория для практических занятий - ауд.4-07	Аудиторная доска, (столы ученические, стулья ученические на 20 посадочных мест, учебная доска - 1шт., наглядные пособия.	Уч. корпус №3 г. Грозный, ул. Ляпидевского № 9а
Помещения для самостоятельной работы		
Читальный зал библиотеки ЧГПУ	Компьютеры с выходом в Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза. Количество посадочных мест - 50.	Электронный читальный зал. этаж 2 Библиотечно-компьютерный центр г. Грозный, ул. Субры Кишиевой, 33

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ / МОДУЛЯ

4.1. ХАРАКТЕРИСТИКА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины / модуля осуществляется преподавателем в процессе проведения практических и лабораторных занятий, контрольных работ, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований и т.д.

Таблица 8

№ п/п	Наименование темы (раздела) с контролируемым содержанием	Код и наименование проверяемых компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
1.	Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	ПК-1.1 ПК-1.3 ПК-3.1	Устный опрос, тестирование, выполнение индивидуальных практических заданий.	Аттестационная работа № 1.
2.	Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков	ПК-1.1 ПК-1.3 ПК-3.1	Устный опрос, тестирование, выполнение индивидуальных практических заданий.	
3.	Раздел 3. Линейные дифференциальные уравнения	ПК-1.1 ПК-1.3 ПК-3.1	Устный опрос, тестирование, выполнение индивидуальных практических заданий.	Аттестационная работа № 2.
4.	Раздел 4. Системы ЛДУ	ПК-1.1 ПК-1.3 ПК-3.1	Устный опрос, тестирование, выполнение индивидуальных практических заданий.	Семестровая контрольная работа

4.2. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

4.2.1. Наименование оценочного средства: *тест*

Методические материалы: приводятся вопросы и/или типовые задания, критерии оценки.

Примерные вопросы для тестирования

(вопросы с закрытой формой ответа: выбор правильного варианта из предложенных)

1. Дифференциальное уравнение $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ называется:
 - a) уравнением с частными производными;
 - b) обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка;
 - c) обыкновенным дифференциальным уравнением n -го порядка;
 - d) уравнением с частными производными n -го порядка.
2. Порядком дифференциального уравнения называется:
 - a) наивысшая степень одной из производных уравнения;

13. Дано дифференциальное уравнение $y' = (2k+1)x^3$, тогда функция $y = \frac{3}{4}x^4 - 1$ является его решением при k равном
- a) 0; b) 3; c) 4; d) 1.

14. Порядок дифференциального уравнения $4y'' + y = 5x^6$ равен
- a) 4; b) 6; c) 2; d) 5.

15. Общий интеграл дифференциального уравнения $ydy = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ имеет вид

- a) $\frac{y^2}{2} = \arccos x + C$; b) $y^2 = \arccos x + C$;
c) $y^2 = \arcsin x + C$; d) $\frac{y^2}{2} = \arcsin x + C$.

16. Из данных уравнений уравнением с разделяющимися переменными является:

- a) $\frac{dy}{dx} - 3x^2 + y = 0$; b) $y\frac{dy}{dx} + x^3 = 0$;
c) $x\frac{dy}{dx} - y = y^2e^x$; d) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$.

17. Из данных уравнений линейным уравнением является:

- a) $\frac{dy}{dx} - 3x^2 + y = 0$; b) $y\frac{dy}{dx} + x^3 = 0$; c) $x\frac{dy}{dx} - y = y^2e^x$; d) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$.

18. Из данных уравнений уравнением однородным уравнением является:

- a) $\frac{dy}{dx} - 3x^2 + y = 0$; b) $y\frac{dy}{dx} + x^3 = 0$;
c) $x\frac{dy}{dx} - y = y^2e^x$; d) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$.

19. Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{1+y^2} = x^2 dx$ имеет вид

- a) $\arctg y = 2x + C$; b) $\arctg y = \frac{x^3}{3} + C$;
c) $\arctg y = x^3 + C$; d) $\text{arcctg } y = \frac{x^3}{3} + C$.

20. Общий интеграл дифференциального уравнения $y^2 dy = \frac{dx}{\sqrt{x}}$ имеет вид

- a) $y^3 = \sqrt{x} + C$; b) $y = \sqrt{x} + C$;
c) $2y = \ln|x| + C$; d) $\frac{y^3}{3} = \sqrt{x} + C$.

21. Дифференциальное уравнение $F(x, y', y'') = 0$ допускает понижение порядка путем подстановки:

- a) $y = uv$; б) $y = ux$; в) $y' = p(x), \quad y'' = p \cdot \frac{dp}{dy}$;
д) $y' = p(x), \quad y'' = p \cdot \frac{dp}{dx}$; е) $y' = p, \quad y'' = p'$.

22. Дифференциальное уравнение $F(y, y', y'') = 0$ допускает понижение порядка путем подстановки:

- б) $y = uv$; б) $y = ux$; в) $y' = p(x), \quad y'' = p \cdot \frac{dp}{dy}$;
д) $y' = p(x), \quad y'' = p \cdot \frac{dp}{dx}$; е) $y' = p, \quad y'' = p'$.

23. Дифференциальное уравнение $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n = f(x)$ называется

- а) линейным неоднородным n -го порядка;
б) однородным n -го порядка;
в) нелинейным неоднородным n -го порядка;
д) линейным однородным n -го порядка.

24. Дифференциальное уравнение $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n = 0$ называется

- а) линейным неоднородным n -го порядка;
б) однородным n -го порядка;
в) нелинейным неоднородным n -го порядка;
д) линейным однородным n -го порядка.

25. Если дифференциальное уравнение $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет два частных решения y_1 и y_2 , то

- а) $y_1 + y_2$ будет, $C_1 y_1 + C_2 y_2$ не будет решением;
б) $y_1 + y_2$ и $C_1 y_1 + C_2 y_2$ будут решениями;
в) $y_1 + y_2$ не будет, $C_1 y_1 + C_2 y_2$ будет решением;
д) $y_1 + y_2$ и $C_1 y_1 + C_2 y_2$ могут быть, а могут и не быть решениями.

26. Если дифференциальное уравнение $y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x)$ имеет какое-либо частное решение $y_{ч.н.}$, а соответствующее однородное уравнение имеет общее решение $y_{о.о.}$, то общее неоднородного уравнения будет:

- а) $C_1 y_{ч.н.} + C_2 y_{о.о.}$; б) $y_{ч.н.} + y_{о.о.}$; в) $y_{ч.н.} + C_2 y_{о.о.}$; г) $y_{ч.н.} \cdot y_{о.о.}$.

27. Однородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами

$y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет характеристическое уравнение вида

- а) $k^2 + a_1 k + a_2 = 0$; б) $y^2 + a_1 k + a_2 = 0$;
в) $k^2 + a_1 k + a_2 y = 0$; г) $k'' + a_1 k' + a_2 = 0$.

28. Решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n = 0$ ищется в виде

- а) $y = e^x$; б) $y = e^{kx}$; в) $y = ke^x$; г)
 $y = C_1 \cos kx + C_2 \sin kx$.

29. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет два различных действительных корня k_1 и k_2 . Тогда общее решение этого уравнения имеет вид

- а) $C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$; б) $e^{k_1 x} + e^{k_2 x}$;
 в) $C_1 e^{k_1 x} \cdot C_2 e^{k_2 x}$; г) $C_1 \cos k_1 x + C_2 \sin k_2 x$.

30. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет два равных действительных корня $k = k_1 = k_2$. Тогда общее решение этого уравнения имеет вид

- а) $C_1 e^{kx} + C_2 e^{kx}$; б) $(C_1 + C_2 x) e^{kx}$;
 в) $C_1 e^{kx} \cdot C_2 e^{kx}$; г) $C_1 \cos kx + C_2 \sin kx$.

31. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет комплексные корни $k_1 = \alpha + i\beta$, $k_2 = \alpha - i\beta$. Тогда общее решение этого уравнения имеет вид

- а) $C_1 e^{kx} + C_2 e^{kx}$; б) $C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \alpha x$;
 в) $e^{\beta x} (C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x)$; г) $e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$.

32. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 не равные a . Укажите, какое это решение (ответы а, б) и вид его (ответы в, г, д, е).

- а) общее; б) частное; в) $Q_m(x) e^{ax}$; г) $Q_m(x) e^{ax} (C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$;
 д) $Q_m(x) (C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$; е) $Q_m(x) x^r e^{ax}$, $r \neq 0$.

33. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 . Число a равно хотя бы одному корню характеристического уравнения. Укажите, какое это решение (ответы а, б) и вид его (ответы в, г, д, е).

- а) общее; б) частное; в) $Q_m(x) e^{ax}$; г) $Q_m(x) e^{ax} (C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$;
 д) $Q_m(x) (C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$; е) $Q_m(x) x^r e^{ax}$, $r \neq 0$.

34. Укажите дифференциальное уравнение первого порядка

42. Для дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$ частным решением является функция

- a) $y = 6e^{2x}$ b) $y = 3\sin 2x$ c) $y = \cos 4x$ d) $y = 3e^{-4x}$ e) $y = e^{4x}$

43. Частное решение уравнения $y'' + 9y = 8\sin x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$, $y'(0) = 4$, имеет вид

- a) $y = \sin x + \sin 3x + \cos 3x$ b) $y = \sin x$
c) $y = \sin x + \sin 3x$ d) $y = \cos x - \sin x$

44. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y = 3xe^{2x}$ следует искать в виде

- a) $y = 3axe^{2x}$ b) $y = x^2(ax + b)e^{2x}$
c) $y = x(ax + b)e^{2x}$ d) $y = ax^2e^{2x}$ e) $y = ae^{2x}$

45. Для решения дифференциального уравнения $y'' + \frac{2}{5-2y}(y')^2 = \frac{y'}{5-2y}$ необходимо сделать подстановку

- a) $y = ux$ b) $y' = p(x)$ c) $y' = p(y)$ d) $y = u(x)v(x)$

a. Общим решением дифференциального уравнения первого порядка $(x + 2y)y' = y - 2x$ является функция

- a) $\arctg \frac{y}{x} - \ln(x^2 + y^2) = 0$ b) $\arctg \frac{y}{x} + \ln|C(x^2 + y^2)| = 0$
c) $\arctg \frac{y}{x} = -2\ln|x|$ d) $\ln(x^2 + y^2) = \ln C$ e) $x^2 + y^2 = Cx^3$

46. Для дифференциального уравнения $y'' - 6y = 5y'$ частным решением является функция

- a) $y = 6e^x$ b) $y = e^{-x} \sin x$ c) $y = e^{5x}$ d) $y = 3e^{6x}$ e) $y = 2e^{2x}$

47. Частное решение уравнения $y'' - 4y = 3e^{-x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$, имеет вид

- a) $y = e^{2x} - e^{-2x}$ b) $y = -e^{-x} + e^{-2x}$
c) $y = x + e^{-x}$ d) $y = e^{-x}$ e) $y = e^{-x} - 1$

48. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = 3x \sin 2x$ следует искать в виде

- a) $y = x(ax + b) \cos 2x + (cx + d) \sin 2x$ b) $y = x^2(a \cos 2x + b \sin 2x)$
c) $y = ax(\cos 2x + \sin 2x)$ d) $y = x(a \cos 2x + b \sin 2x)$ e) $y = ax \sin 2x$

49. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - y' - 30y = x + 8$ следует искать в виде

- a) $y = e^{-5x}(ax + b)$ b) $y = ax + b$
 c) $y = ae^{-5x} + be^{6x}$ d) $y = ax^2 + bx$

50. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - y' - 6y = x + 3$ следует искать в виде

- a) $y = ax + b$ b) $y = e^{3x}(ax + b)$ c) $y = ae^{3x} + be^{-2x}$ d) $y = ax^2 + bx$

51. Если y_1 и y_2 – два линейно независимых решения дифференциального уравнения $y'' + a_1y' + a_2y = 0$, то общее решение этого уравнения будет

- $C_1y_1 + C_2y_2$; b) $y_1 + y_2$; c) $\frac{C_1y_1}{C_2y_2}$; d) $C_1e^{y_1x} + C_2e^{y_2x}$.

Критерии оценивания результатов тестирования

Таблица 9

Уровень освоения	Критерии	Баллы
Максимальный уровень	Выполнены правильно все задания теста (тест зачтен)	2
Средний уровень	Выполнено правильно больше половины заданий (тест зачтен)	1
Минимальный уровень	Выполнено правильно меньше половины заданий (тест не зачтен)	0

4.2.2. Наименование оценочного средства: практико-ориентированное задание

Методические материалы: приводятся вопросы и/или типовые задания, критерии оценки.

Примерные практико-ориентированные задания

- 1) Ставка по вкладу в коммерческом банке составляет 11% в год. Какое количество денег будет на счету вкладчика через два года, при условии начисления простых процентов в год, если на его счету 100 тысяч рублей?
- 2) Ставка по вкладу в коммерческом банке составляет 9% в год. Какое количество денег будет на счету вкладчика через два года, при условии начисления простых процентов в год, если на его счету 100 тысяч рублей?
- 3) Ставка по вкладу в коммерческом банке составляет 9% в год. Какое количество денег будет на счету вкладчика через два года, при условии начисления 100р сложных процентов в год, если на его счету 100 тысяч рублей?
- 4) Ставка по вкладу в коммерческом банке составляет 11% в год. Какое количество денег будет на счету вкладчика через два года, при условии начисления 100р сложных процентов в год, если на его счету 100 тысяч рублей?
- 5) В банке взят кредит в 1 миллион рублей на 3 года под 12% годовых. Какую сумму нужно будет погасить, если кредит взят под накопительные (сложные) проценты?
- 6) В банке взят кредит в 100 тысяч рублей на 3 года под 15% годовых. Какую сумму нужно будет погасить, если кредит взят под накопительные (сложные) проценты?
- 7) Под действием сопротивления воды лодка за 1 минуту замедлила своё движение по озеру с 6 до 1 км/ч. Какое расстояние пройдет лодка до полной остановки?
- 8) Под действием сопротивления воды лодка за 10 минут замедлила своё движение по озеру с 36 до 1 км/ч. Какое расстояние пройдет лодка до полной остановки?
- 9) Тело охладилось за 10 минут от 100^0 до 60^0 (по Цельсию). Температура окружающей среды равна 20^0 . Сколько времени ещё понадобится, чтобы температура тела стала 30^0 ?

10) Тело охладилось за 10 минут от 70° до 40° (по Цельсию). Температура окружающей среды равна 25° . Сколько времени ещё понадобится, чтобы температура тела стала 30° ?

11) Мяч весом 400 грамм брошен вверх со скоростью 20 м/с. Известно, что на мяч, летящий со скоростью 1 м/с, воздух оказывает сопротивление 5Н. Считая ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$ найти наибольшую высоту подъема мяча.

12) Мяч весом 500 грамм брошен вверх со скоростью 20 м/с. Известно, что на мяч, летящий со скоростью 1 м/с, воздух оказывает сопротивление 5Н. Считая ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$ найти наибольшую высоту подъема мяча.

13) Через сколько лет произойдет удвоение уровня цен при ежегодной инфляции в 7% в год?

14) Через сколько лет произойдет удвоение уровня цен при ежегодной инфляции в 8% в год?

15) Моторная лодка движется со скоростью $v = 18 \text{ км/час}$. Через 5 минут после выключения мотора $v = 6 \text{ км/час}$. Найти путь, пройденный лодкой по инерции за 15 минут, если сопротивление пропорционально скорости лодки.

16) Найти уравнение кривой, проходящей через точку $(0;1)$, если длина отрезка, отсекаемого любой её касательной на оси Oy , равна поднормали. Известно, что скорость $v(t)$ охлаждения тела в воздухе пропорционально разности температур тела $T(t)$ и воздуха. Найти $T(t)$, если за 10 минут температура тела снизилась от 100° до 60° , а температура воздуха была постоянной, равной 20° .

17) Пуля входит в доску толщиной 0,1 м со скоростью $v = 200 \text{ м/сек}$, а вылетает из доски, пробив ее, со скоростью $v = 20 \text{ м/сек}$. Принимая, что сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости движения, найти сколько времени продолжалось движение пули через доску.

18) Парашютист, масса которого m , совершает прыжок. В процессе движения на парашютиста действуют сила тяжести и сила сопротивления воздуха, пропорциональная скорости движения: $-kv$. Найти скорость парашютиста в произвольный момент полёта.

19) Известно, что скорость распада радия пропорциональна его наличному количеству и что половина его первоначального количества (a) распадётся в течение 1600 лет. Определить, какой процент данного количества (a) радия распадётся в течение 100 лет.

20) Замедляющее действие на диск, вращающийся в жидкости, пропорционально угловой скорости $\omega(t)$. Найти $\omega(t)$, если известно, что за 30 секунд с начала движения угловая скорость снизилась со 150 об/сек до 30 об/сек.

Критерии оценивания результатов выполнения практико-ориентированного задания

Таблица 10

Уровень освоения	Критерии	Баллы
Максимальный уровень	Задание выполнено правильно: выводы аргументированы, основаны на знании материала, владении категориальным аппаратом	3
Средний уровень	Задание выполнено в целом правильно: но допущены ошибки в аргументации, обнаружено поверхностное владение терминологическим аппаратом	2
Минимальный уровень	Задание выполнено с ошибками в формулировке тезисов и аргументации, обнаружено слабое владение терминологическим аппаратом	1
Минимальный уровень не достигнут	Задание не выполнено или выполнено с серьёзными ошибками	0

4.2.3. Наименование оценочного средства: доклад/сообщение

Методические материалы: приводятся вопросы и/или типовые задания, критерии оценки.

Темы докладов:

- 1) Геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
- 2) Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
- 3) Экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
- 4) Уравнение Риккати. Методы решения.
- 5) Дифференциальные уравнения, приводящиеся к линейным уравнениям.
- 6) Уравнения, неразрешенные относительно производной. Метод введения параметра.

Критерии и шкалы оценивания доклада/сообщения (в форме презентации):

Таблица 11

Уровень освоения	Критерии	Баллы
Максимальный уровень	<ul style="list-style-type: none"> – продемонстрировано умение выступать перед аудиторией; – содержание выступления даёт полную информацию о теме; – продемонстрировано умение выделять ключевые идеи; – умение самостоятельно делать выводы, использовать актуальную научную литературу; – высокая степень информативности, компактность слайдов 	3
Средний уровень	<ul style="list-style-type: none"> – продемонстрирована общая ориентация в материале; – достаточно полная информация о теме; – продемонстрировано умение выделять ключевые идеи, но нет самостоятельных выводов; – невысокая степень информативности слайдов; – ошибки в структуре доклада; – недостаточное использование научной литературы 	2
Минимальный уровень	<ul style="list-style-type: none"> – продемонстрирована слабая (с фактическими ошибками) ориентация в материале; – ошибки в структуре доклада; – научная литература не привлечена 	1
Минимальный уровень не достигнут	<ul style="list-style-type: none"> – выступление не содержит достаточной информации по теме; – продемонстрировано неумение выделять ключевые идеи; – неумение самостоятельно делать выводы, использовать актуальную научную литературу. 	0

4.2.4. Наименование оценочного средства: контрольная работа

Методические материалы: приводятся вопросы и/или типовые задания, критерии оценки.

Примерное задание для контрольной работы:

Контрольная работа №1.

Дифференциальные уравнения первого порядка.

Вариант №1

$$1) x\sqrt{3-y^2}dx + \sqrt{2+x^2}dy = 0 \quad 2) y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 2 \quad 3)$$

$$y' - \frac{y}{x} = x^2, \quad y(1) = 0; \quad 4) y' + xy = \frac{1+x}{e^x} y^2; \quad 5) 3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0;$$

Контрольная работа №2

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и их системы.

$$1. \quad y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x) \quad 2. \quad y' - y \cdot \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x} \quad 3. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 8 \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y \end{cases}$$

Семестровая контрольная работа

Вариант №1

$$1) \quad x\sqrt{3-y^2}dx + \sqrt{2+x^2}dy = 0 \quad 2) \quad y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 2 \quad 3) \quad y' - \frac{y}{x} = x^2, \quad y(1) = 0;$$

$$4) \quad y' + xy = \frac{1+x}{e^x} y^2; \quad 5) \quad 3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1)dy = 0;$$

$$2. \quad y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x) \quad 7. \quad y' - y \cdot \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x} \quad 8. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 8 \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y \end{cases}$$

Критерии оценивания результатов контрольной работы

Таблица 12

Балл (интервал баллов)	Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения компетенций*
10	Максимальный уровень (интервал)	Контрольная работа оформлена в соответствии с предъявляемыми требованиями, содержит 1-2 мелких ошибки; ответы студента правильные, четкие, содержат 1-2 неточности
[6-8]	Средний уровень (интервал)	Контрольная работа содержит одну принципиальную или 3 или более недочетов; ответы студента правильные, но их формулирование затруднено и требует наводящих вопросов от преподавателя
[3-5]	Минимальный уровень (интервал)	Контрольная работа оформлена в соответствии с предъявляемыми требованиями, неполное раскрытие темы в теоретической части и/или в практической части контрольной работы; ответы студента формально правильны, но поверхностны, плохо сформулированы, содержат более одной принципиальной ошибки
Менее 3	Минимальный уровень (интервал) не достигнут.	Контрольная работа содержит более одной принципиальной ошибки моделей решения задачи; контрольная работа оформлена не в соответствии с предъявляемыми требованиями; ответы студента путанные, нечеткие, содержат множество ошибок, или ответов нет совсем; несоответствие варианту.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Представлено в приложении №1.

Автор(ы) рабочей программы дисциплины (модуля):

И.о. зав. каф. мат. анализа, к.т.н.



(подпись)

Шихада А.М.

СОГЛАСОВАНО:

Директор библиотеки



(подпись)

Арсагириева Т.А.

Оценочные средства
для проведения промежуточной аттестации по дисциплине
Дифференциальные уравнения

Направление подготовки
44.03.05 - ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

(с двумя профилями подготовки)

Профили подготовки «Физика» и «Экономическое образование»

Форма обучения: очная

Год приема: 2023

1. Характеристика оценочной процедуры:

Семестр - 4

Форма аттестации – зачет

2. Оценочные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

2.1. Вопросы для промежуточной аттестации по дисциплине:

Задание 1. Тестовые задания к промежуточной аттестации

1. Дифференциальное уравнение $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ называется:
 - a) уравнением с частными производными;
 - b) обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка;
 - c) обыкновенным дифференциальным уравнением n -го порядка;
 - d) уравнением с частными производными n -го порядка.
2. Порядком дифференциального уравнения называется:
 - a) наивысшая степень одной из производных уравнения;
 - b) наивысший порядок производных уравнения;
 - c) сумма всех порядков производных, входящих в уравнение.
3. Общим решением дифференциального уравнения $F(x, y, y') = 0$ называется:
 - a) $y = \varphi(x)$; b) $y = \varphi(x, c)$; c) $y' = f(x, y)$; d) $\Phi(x, y, c) = 0$.
4. Общим интегралом дифференциального уравнения $F(x, y, y') = 0$ называется:
 - a) $y = \varphi(x)$; b) $y = \varphi(x, c)$; c) $y' = f(x, y)$; d) $\Phi(x, y, c) = 0$.
5. Какое из дифференциальных уравнений является уравнением с разделяющимися переменными:

5.1. $y' = f_1(x) \cdot f_2(y)$; 5.2. $f_1(x) \cdot f_2(y)dx + f_3(x) \cdot f_4(y)dy = 0$

 - a) уравнение 5.1. является, 5.2. не является;
 - b) уравнение 5.1. не является, 5.2. является; c) уравнения 5.1. и 5.2. являются.
6. Функция $f(x, y)$ называется однородной функцией n -го измерения, если справедливо тождество:
 - a) $f(tx, ty) = t^n f(x, y)$; b) $f(x, ty) = t^n f(x, y)$;
 - c) $f(x, ty) = t^n f(x, y)$; d) $f(tx, ty) = f(t^n, x, y)$.
7. Дифференциальное уравнение $y' = f(x, y)$ называется однородным, если функция $f(x, y)$ является
 - c) линейной функцией; b) однородной функцией любого измерения;
 - a) однородной функцией первого измерения;
 - b) однородной функцией нулевого измерения.

8. Однородное дифференциальное уравнение первого порядка решается путем подстановки: а) $y = uv$; б) $y = ux$; в) $y = \frac{u}{v}$; г) $y = \frac{x}{v}$.
9. Дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным, если:
- а) оно имеет вид $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, где $f(x, y)$ – функция нулевого измерения;
- б) оно имеет вид $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$, где $M(x, y)$ и $N(x, y)$ – функции одного измерения;
- в) оно имеет вид $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$.
10. Линейное уравнение первого порядка решается путем подстановки:
- а) $y = uv$; б) $y = ux$; в) $y = \frac{u}{v}$; г) $y = \frac{x}{v}$.
11. Чтобы дифференциальное уравнение $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ представляло собой уравнение в полных дифференциалах, нужно, чтобы было выполнено условие:
- а) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$; б) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x}$; в) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$; г) $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial y^2}$.
12. Дано дифференциальное уравнение $y' + \frac{y}{x} = \frac{\ln x + 1}{x}$. Тогда его решением является функция
- а) $y = x^2 + 1$; б) $y = \frac{1}{x}$; в) $y = e^x - 1$; г) $y = \ln x$.
13. Дано дифференциальное уравнение $y' = (2k - 1)x^3$, тогда функция $y = \frac{1}{4}x^4 - 1$ является его решением при k равном
- а) 0; б) 3; в) 4; г) 1.
14. Порядок дифференциального уравнения $4y'' + y''' = 5x^6$ равен
- а) 4; б) 3; в) 6; г) 2.
15. Общий интеграл дифференциального уравнения $ydy = \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$ имеет вид
- а) $\frac{y^2}{2} = \arcsin x + C$; в) $y^2 = \arcsin x + C$;
- б) $y^2 = \arcsin 2x + C$; г) $y^2 = \arcsin 2x + C$.
16. Из данных уравнений уравнением с разделяющимися переменными является:
- а) $\frac{dy}{dx} - 3x^2 + \frac{y}{x} = 0$; в) $xy \frac{dy}{dx} + x^3 y^2 = 0$;
- б) $x \frac{dy}{dx} - y = y^2 e^x$; г) $\frac{dy}{dx} = e^x + \frac{y^3}{x^3}$.
17. Из данных уравнений линейным уравнением является:
- а) $\frac{dy}{dx} - 3x^2 + \frac{y}{x} = 0$; в) $xy \frac{dy}{dx} + x^3 y^2 = 0$;
- б) $x \frac{dy}{dx} - y = y^2 e^x$; г) $\frac{dy}{dx} = e^x + \frac{y^3}{x^3}$.
18. Из данных уравнений уравнением однородным уравнением является:

a) $\frac{dy}{dx} - 3x^2 + \frac{y}{x} = 0$; c) $xy \frac{dy}{dx} + x^3 y^2 = 0$;

b) $x \frac{dy}{dx} - y = y^2 e^x$; d) $\frac{dy}{dx} = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y^3}{x^3}$.

19. Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{1 + \frac{y^2}{4}} = x^2 dx$ имеет вид

a) $\operatorname{arctg} 2y = 2x + C$; c) $\operatorname{arcctg} y = \frac{x^3}{3} + C$

b) $\operatorname{arctg} \frac{y}{2} = \frac{x^3}{6} + C$; d) $\operatorname{arctg} y = x^3 + C$.

20. Общий интеграл дифференциального уравнения $y^2 dy = \frac{dx}{\sqrt{x}}$ имеет вид

b) $y^3 = \sqrt{x} + C$; b) $y = \sqrt{x} + C$; c) $2y = \ln|x| + C$; d) $y^3 = 6\sqrt{x} + C$.

21. Порядок дифференциального уравнения $4y'' - 2y' = 3x^7$ равен

a) 3; b) 4; c) 2; d) 6.

22. Дано дифференциальное уравнение $y' = (2k + 2)x^3$, тогда функция $y = x^4$ является его решением при k равном

b) 3; b) 0; c) 2; d) 1

23. Порядок дифференциального уравнения $6y'' + y''' = 3x^8$ равен

a) 3; b) 8; c) 2; d) 6.

24. Дано дифференциальное уравнение $y' + \frac{y}{1+x^2} = \frac{\operatorname{arctg} x + 1}{1+x^2}$. Тогда его решением является функция

a) $y = x^2 + 1$; b) $y = \arcsin x$; c) $y = \operatorname{arctg} x$; d) $y = \ln(x^2 + 1)$.

25. Уравнение Бернулли имеет вид

a) $\frac{dy}{dx} + P(x)y = y^n Q(x)$; b) $\frac{dy}{dx} + P(x) = y^n Q(x)$; c) $\frac{dy}{dx} + P(x)x = Q(x)$.

26. Уравнение Бернулли решается путем подстановки

a) $y = uv$; b) $y = ux$; c) $y = \frac{u}{v}$; d) $y = \frac{x}{v}$.

27. Дифференциальное уравнение $F(x, y', y'') = 0$ допускает понижение порядка путем подстановки:

c) $y = uv$; b) $y = ux$; c) $y' = p(x), \quad y'' = p \cdot \frac{dp}{dy}$;

d) $y' = p(x), \quad y'' = p \cdot \frac{dp}{dx}$; e) $y' = p(x), \quad y'' = \frac{dp}{dx}$.

28. Дифференциальное уравнение $F(y, y', y'') = 0$ допускает понижение порядка путем подстановки:

- a) $y = uv$; b) $y = ux$; c) $y' = p(x), \quad y'' = p \cdot \frac{dp}{dy}$;
d) $y' = p(x), \quad y'' = p \cdot \frac{dp}{dx}$; e) $y' = p(x), \quad y'' = \frac{dp}{dx}$.

29. Дифференциальное уравнение $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n = f(x)$ называется

- a) линейным неоднородным n -го порядка;
b) однородным n -го порядка;
c) нелинейным неоднородным n -го порядка;
d) линейным однородным n -го порядка.

30. Дифференциальное уравнение $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n = 0$ называется

- a) линейным неоднородным n -го порядка;
b) однородным n -го порядка;
c) нелинейным неоднородным n -го порядка;
d) линейным однородным n -го порядка.

31. Если дифференциальное уравнение $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет два частных решения y_1 и y_2 , то

- a) $y_1 + y_2$ будет, $C_1 y_1 + C_2 y_2$ не будет решением;
b) $y_1 + y_2$ и $C_1 y_1 + C_2 y_2$ будут решениями;
c) $y_1 + y_2$ не будет, $C_1 y_1 + C_2 y_2$ будет решением;
d) $y_1 + y_2$ и $C_1 y_1 + C_2 y_2$ могут быть, а могут и не быть решениями.

32. Если y_1 и y_2 – два линейно независимых решения дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$, то общее решение этого уравнения будет

- a) $C_1 y_1 + C_2 y_2$; b) $y_1 + y_2$; c) $\frac{C_1 y_1}{C_2 y_2}$; d) $C_1 e^{y_1 x} + C_2 e^{y_2 x}$.

33. Если дифференциальное уравнение $y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x)$ имеет какое-либо частное решение $y_{ч.н.}$, а соответствующее однородное уравнение имеет общее решение $y_{о.о.}$, то общее неоднородного уравнения будет:

- a) $C_1 y_{ч.н.} + C_2 y_{о.о.}$; b) $y_{ч.н.} + y_{о.о.}$; c) $y_{ч.н.} + C_2 y_{о.о.}$; d) $y_{ч.н.} \cdot y_{о.о.}$.

34. Однородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами

$y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет характеристическое уравнение вида

- a) $k^2 + a_1 k + a_2 = 0$; c) $y^2 + a_1 k + a_2 = 0$;
b) $k^2 + a_1 k + a_2 y = 0$; d) $k'' + a_1 k' + a_2 = 0$.

35. Решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами

$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n = 0$ ищется в виде

- a) $y = e^x$; b) $y = e^{kx}$; c) $y = ke^x$; d) $y = C_1 \cos kx + C_2 \sin kx$.

36. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$

имеет два различных действительных корня k_1 и k_2 . Тогда общее решение этого уравнения имеет вид

- b) $C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$; c) $e^{k_1 x} + e^{k_2 x}$;

c) $C_1 e^{k_1 x} \cdot C_2 e^{k_2 x}$; d) $C_1 \cos k_1 x + C_2 \sin k_2 x$.

37. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет два равных действительных корня $k = k_1 = k_2$. Тогда общее решение этого уравнения имеет вид

b) $C_1 e^{kx} + C_2 e^{kx}$; c) $(C_1 + C_2 x) e^{kx}$;
 c) $C_1 e^{kx} \cdot C_2 e^{kx}$; d) $C_1 \cos kx + C_2 \sin kx$.

38. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет комплексные корни $k_1 = \alpha + i\beta$, $k_2 = \alpha - i\beta$. Тогда общее решение этого уравнения имеет вид

a) $C_1 e^{kx} + C_2 e^{kx}$; c) $C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \alpha x$;
 b) $e^{\beta x} (C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x)$; d) $e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$.

39. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 не равные a . Укажите вид частного решения.

a) $Q_m(x) e^{ax}$; b) $Q_m(x) e^{ax} (C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$;
 c) $Q_m(x) (C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$; d) $Q_m(x) x^r e^{ax}$, $r \neq 0$.

40. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 . Число a равно корню характеристического уравнения k_1 . Вид частного решения.

a) $Q_m(x) e^{ax}$; c) $Q_m(x) e^{ax} (C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$;
 b) $Q_m(x) (C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$; d) $Q_m(x) x e^{ax}$.

41. Укажите дифференциальное уравнение первого порядка

a) $dy = (5 - x) y dx$; c) $2xy'' = y' - x e^{-x^2}$;
 b) $y''' - 5y'' = e^{-5x}$; d) $\frac{y''}{y'} \sqrt{x-1} = 1$.

42. Если дифференциальное уравнение имеет вид $xy' = y$, $y(4) = 16$, то в общем решении $y = Cx$ произвольная постоянная C равна

a) 3; b) 4; c) 5; d) 2.

43. Дано дифференциальное уравнение $y'' + 5y' + 6y = 0$. Тогда соответствующее характеристическое уравнение имеет вид

a) $1 + 5k + 6k^2 = 0$; b) $k^2 + 5k + 6 = 0$;
 c) $k^2 - 5k - 6 = 0$; d) $k^2 - 5k + 6 = 0$.

44. Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их характеристическими уравнениями

1. $y^{IV} - 4y''' - y'' = 0$ 2. $y^{IV} - 4y''' - y'' + y' = 0$ 3. $y^{IV} - 4y''' - y' + y = 0$

a) $k^4 - 4k^3 - k^2 + k = 0$ b) $k^3 - k^2 - k = 0$ c) $k^4 - 4k^3 - k^2 = 0$

d) $k^4 - 4k^3 - k + 1 = 0$

e) $k^3 - k^2 - k + 1 = 0$

45. Дифференциальное уравнение первого порядка $(x^3 - y^3) = y'y(y^2 + x^2)$ является уравнением

- a) с разделяющимися переменными; b) линейным;
c) однородным; d) уравнением Бернулли; e) в полных дифференциалах.

46. Общее решение дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 2y' - 3y = 0$ имеет вид

- b) $e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$; c) $C_1 e^x + C_2 e^{-3x}$;
c) $C_1 e^x \cos 2x$; D) $C_1 e^{(-1+\sqrt{6})x} + C_2 e^{(-1-\sqrt{6})x}$; e) $e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$.

47. Для решения дифференциального уравнения $y'' + \frac{3}{x}y' = \frac{5}{x}$ необходимо сделать подстановку

- a) $y = ux$ b) $y' = p(x)$ c) $y' = p(y)$ d) $y = u(x)v(x)$

48. Общим решением дифференциального уравнения первого порядка

$$y' - \frac{y}{x+2} = 2x(x+2)$$
 является функция

- a) $y = x^3 + 2x^2 + c$ b) $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + c$ c) $y = x^3 + 4x^2 + cx$
d) $y = x^3 + 2x^2 + cx + 2c$ e) $y = 2x^3 + 4x^2 + c$

49. Для дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$ частным решением является функция

- a) $y = 6e^{2x}$ b) $y = 3\sin 2x$ c) $y = \cos 4x$ d) $y = 3e^{-4x}$ e) $y = e^{4x}$

50. Частное решение уравнения $y'' + 9y = 8\sin x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$, $y'(0) = 4$, имеет вид

- a) $y = \sin x + \sin 3x + \cos 3x$ b) $y = \sin x$
c) $y = \sin x + \sin 3x$ d) $y = \cos x - \sin x$

51. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y = 3xe^{2x}$ следует искать в виде

- a) $y = 3axe^{2x}$ b) $y = x^2(ax+b)e^{2x}$
c) $y = x(ax+b)e^{2x}$ d) $y = ax^2e^{2x}$ e) $y = ae^{2x}$

52. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 3xe^{2x}$ следует искать в виде

- a) $y = 3axe^{2x}$ b) $y = x^2(ax+b)e^{2x}$
c) $y = x(ax+b)e^{2x}$ d) $y = ax^2e^{2x}$ e) $y = ae^{2x}$

53. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = 3xe^{2x}$ следует искать в виде

$$2.3 \quad y' = \frac{x-y}{x+y};$$

$$2.4 \quad 2y' = \frac{y^2}{x^2} - 6\frac{y}{x} + 3;$$

$$2.5 \quad xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y;$$

$$2.6 \quad xy' = \frac{3y^3 + 4yx^2}{2y^2 + 2x^2};$$

$$2.7 \quad y' = \frac{x-2y}{2x+y};$$

$$2.8 \quad xy' = 2\sqrt{x^2 - y^2} + y;$$

$$2.9 \quad 3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 5;$$

$$2.10 \quad xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2};$$

$$2.11 \quad y' = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - 2xy};$$

$$2.12 \quad xy' = \sqrt{2x^2 - y^2} + y;$$

$$2.13 \quad y' = \frac{y^2}{x^2} - 6\frac{y}{x} + 6;$$

$$2.14 \quad xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2};$$

$$2.15 \quad y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{2x^2 - 2xy};$$

$$2.16 \quad xy' = \sqrt{3x^2 + y^2} + y;$$

$$2.17 \quad 2y' = \frac{y^2}{x^2} - 8\frac{y}{x} + 8;$$

$$2.18 \quad xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2};$$

$$2.19 \quad y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 + 2xy};$$

$$2.20 \quad xy' = 3\sqrt{2x^2 - y^2} + y;$$

$$2.21 \quad y' = \frac{y^2}{x^2} - 8\frac{y}{x} + 12;$$

$$2.22 \quad xy' = \frac{3y^3 + 12yx^2}{2y^2 + 6x^2};$$

$$2.23 \quad y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy};$$

$$2.24 \quad xy' = 2\sqrt{3x^2 - y^2} + y;$$

$$2.25 \quad 4y' = \frac{y^2}{x^2} - 10\frac{y}{x} + 5;$$

$$2.26 \quad xy' = \frac{3y^3 + 14yx^2}{2y^2 + 7x^2};$$

$$2.27 \quad xy' - y = 2xtg \frac{y}{x};$$

$$2.28 \quad xy' - y = 3(x+y) \ln \frac{x+y}{x};$$

$$2.29 \quad (y + \sqrt{xy})dx = xdy;$$

$$2.30 \quad ydx = (\sqrt{x} - 2\sqrt{xy})dy.$$

Задача 3. Решить уравнение

$$1) \quad y' - \frac{y}{x} = x^2, \quad y(1) = 0;$$

$$2) \quad y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0;$$

$$3) \quad y' + y \cos x = \frac{\sin x}{2}, \quad y(0) = 0;$$

$$4) \quad y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2};$$

$$5) \quad y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = \frac{3}{2};$$

$$6) \quad y' - \frac{y}{x+1} = e^x(x+1), \quad y(0) = 1;$$

$$7) \quad y' - \frac{y}{x} = x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1;$$

$$8) \quad y' + \frac{y}{x} = x \sin x, \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi};$$

$$9) y' + \frac{y}{2x} = x^2, \quad y(1) = 1;$$

$$10) y' - \frac{2x(y-x)}{1+x^2} = 0, \quad y(0) = \frac{2}{3};$$

$$11) y' - \frac{2x-5}{x^2} y = 5, \quad y(2) = 4;$$

$$12) y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x, \quad y(1) = e;$$

$$13) y' - \frac{y}{x} = 2 \frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1;$$

$$14) y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, \quad y(1) = 4;$$

$$15) y' + \frac{2}{x} y = x^3, \quad y(1) = -\frac{5}{6};$$

$$16) y' + \frac{y}{x} = 3x, \quad y(1) = 1;$$

$$17) y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2, \quad y(1) = 3;$$

$$18) y' - \frac{1-2x}{x^2} y = 1, \quad y(1) = 1;$$

$$19) y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, \quad y(1) = 1;$$

$$20) y' + 2xy = -2x^3, \quad y(1) = e^{-1};$$

$$21) y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, \quad y(0) = \frac{2}{3};$$

$$22) y' + xy = -x^3, \quad y(0) = 3;$$

$$23) y' - \frac{2y}{x+1} = e^x (x+1)^2, \quad y(0) = 1;$$

$$24) y' + 2xy = \frac{x \sin x}{e^{x^2}}, \quad y(0) = 1;$$

$$25) y' - \frac{2y}{1+x} = (x+1)^3, \quad y(0) = \frac{1}{2};$$

$$26) y' - y \cos x = -\sin 2x, \quad y(0) = 3;$$

$$27) dx + (xy - y^3) dy = 0, \quad y(-1) = 0;$$

$$28) 2(x+y^4) y' = y, \quad y(-2) = -1;$$

$$29) (13y^3 - x) y' = 4y, \quad y(5) = 1;$$

$$30) (y^2 + 2y - x) y' = 1, \quad y(2) = \frac{1}{2}.$$

Задача 4. Решить уравнение

4.1 $xy' + y = 2y^2 \ln x$; 4.15 $2(y' + xy) = xy^2$; 4.16 $y' + 4x^3y = 4(x^3 + 1)e^{-4x}y^2$;

4.2 $xy' - y = -y^2(2 + \ln x)\ln x$; 4.17 $2(y' + xy) = (1 + x)e^{-x}y^2$;

4.3 $3(xy' + y) = y^2 \ln x$; 4.18 $2y' + y \cos x = \frac{(1 + \sin x)\cos x}{y}$;

4.4 $y' + 4x^3y = 4y^2e^{4x}(1 - x^3)$; 4.19 $3y' - \frac{2x}{y^2}e^{-2x^2} + 2yx = 0$;

4.5 $2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3$; 4.20 $3xy' + 5y = (4x - 5)y^4$;

4.6 $2y' + 3y \cos x = \frac{e^{2x}(2 + 3\cos x)}{y}$; 4.21 $3(xy' + y) = xy^2$;

4.7 $y' - y = 2xy^2$; 4.22 $2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3$;

4.8 $y' + 2xy = 2x^2y^3$; 4.23 $xy' + y = y^2 \ln x$;

4.9 $2(y' + y) = xy^2$; 4.24 $2y' + 3y \cos x = \frac{8 + 12\cos x}{ye^{-2x}}$;

4.10 $4y' + x^3y = (x^3 + 8)e^{-2x}y^2$; 4.25 $2y' - 3y \cos x = -\frac{2 + 3\cos x}{ye^{2x}}$;

4.11 $y' + xy = (x - 1)e^x y^2$; 4.26 $y' - y = xy^2$;

4.12 $2(xy' + y) = y^2 \ln x$; 4.27 $y' + y = xy^2$;

4.13 $y' + \frac{3x^2y}{x^3 + 1} = \frac{(x^3 + 1)\sin x}{y^2}$; 4.28 $ydx + x(1 + xy^2)dy = 0$;

4.14 $y' - 2y \operatorname{tg} x + y^2 \sin x = 0$; 4.29 $(y^2 + 2y + x^2)y' + 2x = 0$.

Задача 5. Решить уравнение

5.1 $\left(3x^2 + \frac{2}{y} \cos \frac{2x}{y}\right)dx + \frac{2x}{y^2} \cos \frac{2x}{y} dy = 0$; 5.16 $(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0$;

5.2 $\left(2x - 1 - \frac{y}{x^2}\right)\frac{dx}{dy} + \frac{1}{x} = 2y$; 5.17 $\frac{3x^2y + 2y + 3}{x^3 + 2x + 3y^2}dx + dy = 0$;

5.3 $\frac{\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}}dx + dy = 0$; 5.18 $\frac{xy^2 + \frac{x}{y^2}}{x^2y - \frac{x^2}{y^3}}dx + dy = 0$;

5.4 $\left(\frac{1}{x^2} + 3\frac{y^2}{x^4}\right)dx - \frac{2y}{x^3}dy = 0$; 5.19 $\frac{y}{x^2} \cos \frac{y}{x} dx = \left(\frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} + 2y\right)dy$;

$$5.5 \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y \right) dx = - \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + x \right) dy;$$

$$5.20 \frac{1 + xy}{x^2 y} dx + \frac{1 - xy}{xy^2} dy = 0;$$

$$5.6 \frac{dx}{y} - \frac{x + y^2}{y^2} dy = 0;$$

$$5.21 \frac{y}{x^2} dx - \frac{x + y^2}{y^2} dy = 0;$$

$$5.7 \left(xe^x + \frac{y}{x^3} \right) dx - \frac{dy}{x} = 0;$$

$$5.22 \left(e^x + \frac{y}{x^2 + y^2} \right) dx = \frac{xdy}{x^2 + y^2};$$

$$5.8 e^y dx + (\cos y + xe^y) dy = 0;$$

$$5.23 (y^3 + \cos x) dx + (3xy^2 + e^y) dy = 0;$$

$$5.9 xe^{y^2} dx + (x^2 ye^{y^2} + tg^2 y) dy = 0;$$

$$5.24 (5xy^2 - x^3) dx = (y - 5x^2 y) dy;$$

$$5.10 \frac{dx}{dy} = - \frac{x^2 - 4xy - 2y^2}{y^2 - 4xy - 2x^2};$$

$$5.25 \left(\frac{1}{y} e^{\frac{x}{y}} + 1 \right) dx = \left(\frac{x}{y^2} e^{\frac{x}{y}} - 1 \right) dy;$$

$$5.11 \frac{(x - y) dx + (x + y) dy}{x^2 + y^2} = 0;$$

$$5.26 \frac{2x^2 y + y^2}{3xy^2 + 2x^3} + \frac{2dx}{3dy} = 0;$$

$$5.12 xy^2 dx + y(x^2 + y^2) dy = 0;$$

$$5.27 xdx + ydy = \frac{xdx - ydy}{x^2 + y^2};$$

$$5.13 \frac{xdx - ydy}{x^2 + y^2} = 0;$$

$$5.28 \frac{y + x \ln y}{x} dx + \frac{x + y \ln x}{y} dy = 0;$$

$$5.14 (e^y + ye^x) dx + (e^x + xe^y) dy = 0;$$

$$5.29 \left(x + \sqrt{\frac{y}{x}} \right) dx + \left(y + \sqrt{\frac{x}{y}} \right) dy = 0;$$

$$5.15 \left(ye^{xy} + \frac{1}{y} \right) \frac{dx}{dy} = \frac{x}{y^2} - xe^{xy}.$$

$$5.30 3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0;$$

Задание 6. Решить уравнение

Задача 1. Решить уравнение

$$6.1 y'' + 2y' = 4e^x (\sin x + \cos x)$$

$$6.2. y'' + 2y' = -2e^x (\sin x + \cos x)$$

$$6.3 y'' + 2y' = e^x \sin x$$

$$6.4 y'' + 2y' + 5y = -2 \sin x$$

$$6.5. y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 6x$$

$$6.6. y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos x$$

$$6.7 y'' + 2y' = 6e^x (\sin x + \cos x)$$

$$6.8 y'' - y' + y = x^3 + 6$$

$$6.9 y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x}$$

$$6.10 y'' - 2y' = e^{2x}$$

$$6.11 y'' - 2y' - 8y = e^x$$

$$6.12 y'' - 2y' - 8y = 8 \cos 2x$$

$$6.13 y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 4x$$

$$6.14 y'' - 13y' + 12y = e^x \sin x$$

6.15 $y'' - 2y' + 4y = 4xe^{2x}$

6.16 $y'' + 2y' + 5y = 10\cos x$

6.17 $y'' + y' = 2\cos 4x + 3\sin 4x$

6.18 $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 5x$

6.19 $y'' + 2y' = 6e^x \sin x$

6.20 $y'' - 4y' + 8y = e^x(3\sin x + 5\cos x)$

6.21 $y'' - 2y' - 3y = xe^{3x}$

6.22 $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 8x$

6.23 $y'' - 4y' + 8y = e^x(2\sin x - \cos x)$

6.24 $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$

6.25 $y'' + y' = 2\cos 5x + 3\sin 5x$

6.26 $y'' + 2y' = 10e^x(\sin x + \cos x)$

6.27 $y'' + 2y' = 10e^x \cos x$

6.28 $y'' + y' - 6y = xe^{2x}$

6.29 $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x$

6.30 $y'' + y' - 2y = 8\sin 2x$

Задача 7. Решить систему дифференциальных уравнений.

7.1
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 8 \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y \end{cases}$$

7.2
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 5y \end{cases}$$

7.3
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 5y \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y \end{cases}$$

7.4
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$$

7.5
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$$

7.6
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y \end{cases}$$

7.7
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 6y \end{cases}$$

7.8
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = x + 5y \end{cases}$$

7.9
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 4y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 2y \end{cases}$$

7.10
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -2x + y \end{cases}$$

7.11
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y \end{cases}$$

7.12
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases}$$

7.13
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 4y \\ \frac{dy}{dt} = -2x + 11y \end{cases}$$

7.14
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 4y \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

7.15
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y \\ \frac{dy}{dt} = 4x - y \end{cases}$$

$$7.16 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 6y \end{cases}$$

$$7.17 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 6y \\ \frac{dy}{dt} = -2x + 9y \end{cases}$$

$$7.18 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + 6y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2y \end{cases}$$

$$7.19 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = 8x + y \end{cases}$$

$$7.20 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 5y \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y \end{cases}$$

$$7.21 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = -8x - 5y \end{cases}$$

$$7.22 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 8y \end{cases}$$

$$7.23 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -4x - 6y \\ \frac{dy}{dt} = -4x - 2y \end{cases}$$

$$7.24 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 5y \\ \frac{dy}{dt} = -7x - 3y \end{cases}$$

$$7.25 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x - 8y \\ \frac{dy}{dt} = -3x - 3y \end{cases}$$

$$7.26 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -7x + 5y \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 8y \end{cases}$$

$$7.27 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$$

$$7.28 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 4y \end{cases}$$

$$7.29 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y \end{cases}$$

$$7.30 \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 4y \end{cases}$$

2.2. Структура билета к зачету (примерная):

Задание 1.

Вопрос 1. Дифференциальное уравнение $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ называется:

- с) уравнением с частными производными;
- д) обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка;
- е) обыкновенным дифференциальным уравнением n -го порядка;
- ф) уравнением с частными производными n -го порядка.

Вопрос 2. Общим решением дифференциального уравнения $F(x, y, y') = 0$ называется:

- а) $y = \varphi(x)$;
- б) $y = \varphi(x, c)$;
- с) $y' = f(x, y)$;
- д) $\Phi(x, y, c) = 0$.

Вопрос 3. Линейное уравнение первого порядка решается путем подстановки:

- б) $y = uv$;
- в) $y = ux$;
- с) $y = \frac{u}{v}$;
- д) $y = \frac{x}{v}$.

Вопрос 4. Общий интеграл дифференциального уравнения $y dy = \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$ имеет вид

b) $\frac{y^2}{2} = \arcsin x + C$; б) $y^2 = \arcsin x + C$; в) $y^2 = \arcsin 2x + C$; д) $y^2 = \arcsin 2x + C$.

Вопрос 5. Фундаментальная система решений уравнения $y'' - 4y' + 8y = 0$ имеет вид

а) $y_1(x) = e^{2x} \cos 2x$, $y_2(x) = e^{2x} \sin 2x$, б) $y_1(x) = e^x$, $y_2(x) = e^{2x}$

в) $y_1(x) = e^{2x} \cos x$, $y_2(x) = e^{2x} \sin x$ г) $y_1(x) = e^{2x}$, $y_2(x) = 1$

Вопрос 6. Если дифференциальное уравнение $y'' + a_1y' + a_2y = 0$ имеет два частных решения y_1 и y_2 , то

- а) $y_1 + y_2$ будет, $C_1y_1 + C_2y_2$ не будет решением;
- б) $y_1 + y_2$ и $C_1y_1 + C_2y_2$ будут решениями;
- в) $y_1 + y_2$ не будет, $C_1y_1 + C_2y_2$ будет решением;
- д) $y_1 + y_2$ и $C_1y_1 + C_2y_2$ могут быть, а могут и не быть решениями.

Вопрос 7. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения

$y'' + a_1y' + a_2y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 не равные a . Укажите вид частного решения.

- а) $Q_m(x)e^{ax}$; в) $Q_m(x)e^{ax} (C_1e^{k_1x} + C_2e^{k_2x})$;
- б) $Q_m(x) (C_1e^{k_1x} + C_2e^{k_2x})$; г) $Q_m(x)x^r e^{ax}$, $r \neq 0$.

Вопрос 8. Определите тип каждого уравнения

1) $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$

2) $y' + y - xy^2 = 0$

3) $x(y^2 - 4)dx + ydy = 0$

4) $y' + \frac{xy}{1-x^2} = \arcsin x$

- а) уравнение с разделяющимися переменными; б) линейное уравнение первого порядка;
- в) однородное уравнение первого порядка г) уравнение Бернулли

Вопрос 9. Дано дифференциальное уравнение $y'' + 5y' + 6y = 0$. Тогда соответствующее характеристическое уравнение имеет вид

а) $1 + 5k + 6k^2 = 0$;

б) $k^2 + 5k + 6 = 0$;

в) $k^2 - 5k - 6 = 0$;

г) $k^2 - 5k + 6 = 0$.

Вопрос 10. Сопоставьте уравнения второго порядка и способы их решения

1) $y'' \operatorname{ctg} 3x + y' = 0$

2) $y''(2y + 3y') = (y')^2$

3) $y'' = \cos^2 x + e^{3x} + 8x^2$

а) последовательное интегрирование обеих частей

б) подстановка $y' = p(x)$, $y'' = p'(x)$

в) подстановка $y' = p(y)$, $y'' = p \frac{dp}{dy}$

Задание 2. Решить уравнение

$$y' + 4x^3 y = 4y^2 e^{4x} (1 - x^3);$$

Задание 3. Решить уравнение

$$y'' - 3y' + 2y = (3 - 4x)e^{3x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 0$$

3. Критерии и шкала оценивания письменного ответа обучающегося на зачете

Максимальное количество баллов на зачете – 30, из них:

1. Ответ на первый вопрос, содержащийся в билете – 10 баллов.
2. Ответ на второй вопрос, содержащийся в билете – 10 баллов.
3. Ответ на третий вопрос, содержащийся в билете – 10 баллов.

Таблица 13

№ n/n	Характеристика ответа	Баллы
1.	Задание 1. Каждый правильный ответ на вопрос в тесте оценивается в 1 балл	
2.	Задание 2, 3. Решение задания содержит 1-2 мелких ошибки.	10
3	Задание 2, 3 Решение задания содержит одну принципиальную или 3 или более недочетов.	6-9
4.	Задание 2, 3 Решение задания содержит более одной принципиальной ошибки	4-5
5.	Задания 2,3 Решение задания содержит множество ошибок, или ответов нет совсем; несоответствие варианту.	3 и менее

Расчет итоговой рейтинговой оценки

Таблица 14

До 50 баллов включительно	«неудовлетворительно»
От 51 до 70 баллов	«удовлетворительно»
От 71 до 85 баллов	«хорошо»
От 86 до 100 баллов	«отлично»

4. Уровни сформированности компетенций по итогам освоения дисциплины (модуля)

Таблица 15

Индикаторы достижения компетенции (ИДК)	Уровни сформированности компетенций			
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно»
	86-100	71-85	51-70	Менее 51
	«зачтено»			«не зачтено»
Код и наименование формируемой компетенции				
ПК-1	Знает – основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений; – основные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных	Знает – основные определения и теоремы теории обыкновенных дифференциальных уравнений; – схему интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений и	Знает – основные определения теории обыкновенных дифференциальных уравнений; – некоторые методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений и систем	Не знает – основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений; – основные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных

	уравнений и систем уравнений.	систем уравнений.	уравнений.	уравнений и систем уравнений.
	Умеет интегрировать различные типы дифференциальных уравнений	Умеет интегрировать различные типы дифференциальных уравнений	Умеет интегрировать различные типы дифференциальных уравнений первого порядка, ЛДУ второго порядка	Не умеет интегрировать различные типы дифференциальных уравнений
	Владеет навыками интегрирования различных типов дифференциальных уравнений	Владеет навыками интегрирования различных типов дифференциальных уравнений	Владеет навыками интегрирования различных типов дифференциальных уравнений первого порядка, ЛДУ второго порядка	Не владеет навыками интегрирования различных типов дифференциальных уравнений
ПК-3	Знает наиболее известные практические проблемы, сводящиеся к решению дифференциальных уравнений	Знает наиболее известные практические проблемы, сводящиеся к решению дифференциальных уравнений	Знает некоторые практические проблемы, сводящиеся к решению дифференциальных уравнений	Не знает наиболее известные практические проблемы, сводящиеся к решению дифференциальных уравнений
	Умеет применять дифференциальные уравнения к решению прикладных задач	Умеет применять дифференциальные уравнения к решению прикладных задач	Умеет применять дифференциальные уравнения к решению прикладных задач	Не умеет применять дифференциальные уравнения к решению прикладных задач
	Владеет навыками решения с помощью дифференциальных уравнений прикладных задач	Владеет навыками решения с помощью дифференциальных уравнений прикладных задач	Владеет навыками решения с помощью дифференциальных уравнений прикладных задач	Не владеет навыками решения с помощью дифференциальных уравнений прикладных задач

5. Рейтинг-план изучения дисциплины

Таблица 16

I	БАЗОВАЯ ЧАСТЬ РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЫ			
	Виды контроля	Контрольные мероприятия	Мин. кол-во баллов на занятиях	Макс. кол-во баллов на занятиях
Текущий контроль № 1	Тема № 1. <i>Задачи на составление дифференциальных уравнений.</i> Тема № 2. <i>Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.</i> Тема № 3. <i>Однородные уравнения и приводящиеся к ним.</i>		0	10
Текущий	Тема № 4. <i>Линейные уравнения и приводящиеся к ним.</i>		0	10

контроль № 2	Тема № 5. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.			
	Тема № 6. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной.			
	Тема № 7. Уравнения, разрешаемые в квадратурах. Уравнения, допускающие понижение порядка.			
Рубежный контроль: контрольная работа №1 (Темы 1-7)			0	10
Текущий контроль №3	Тема № 8. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами		0	10
	Тема № 9. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Методы неопределенных коэффициентов.			
	Тема №10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.			
Текущий контроль №4	Тема №11. Линейные дифференциальные уравнения $n^{\text{го}}$ порядка с постоянными коэффициентами. Методы неопределенных коэффициентов.		0	10
	Тема №12. Линейные дифференциальные уравнения $n^{\text{го}}$ порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.			
	Тема №13. Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами.			
Рубежный контроль: контрольная работа №2 (Темы 8-13)			0	10
Допуск к промежуточной аттестации			Мин 36	
II	ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЫ		Мин.	Макс.
1	Поощрительные баллы		0-10	10
	Подготовка доклада с презентацией по дисциплине		0-1	1
	Посещаемость лекций (100%)		0-2	2
	Участие в работе круглого стола, студенческой конференции		0-2	2
	Соц.-личностный рейтинг		0-3	3
Участие в общественной, культурно-массовой и спортивной работе		0-2	2	
2	Штрафные баллы		0-3	3
	Пропуск учебных лекций	за пропуск лекции снимается балльная стоимость лекции (2:8=0,25)	0,25 x N (N – количество пропущенных лекций)	
	Несвоевременное выполнение контрольной (аттестационной) работы №1	минус 5% от максимального балла	- 0,5	

	Несвоевременное выполнение контрольной (аттестационной) работы №2	минус 5% от максимального балла	- 0,5	
III	ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ		0-30	30
Форма итогового контроля:	Зачет (экзамен)		0-30	30
ИТОГО БАЛЛОВ ЗА СЕМЕСТР:			0-100	

**ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ / МОДУЛЯ**

Дифференциальные уравнения

(наименование дисциплины / модуля)

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование

Профили «Физика» и «Экономическое образование»

(год набора 2023, форма обучения очная)

на 2023 / 2024 учебный год

В рабочую программу дисциплины / модуля вносятся следующие изменения:

№ п/п	Раздел рабочей программы (пункт)	Краткая характеристика вносимых изменений	Основание для внесения изменений