МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЧЕЧЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Утверждаю:
и.о. зав.каф.: А.М. Шихада
____
(подпись)
Протокол № 8 заседания
кафедры от 28 апреля 2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

_44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(код и направление подготовки)

Профили подготовки

«Математика» и «Информатика»

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная, заочная

Год набора 2023

Грозный, 2023

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ / МОДУЛЯ

1.1. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.В.ДВ.01.01. «Элементы теории устойчивости» относится к дисциплинам по выбору «Математическая теория» предметно-содержательного модуля Блока 1.

Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: курс элементарной математики, параллельное изучение алгебры и математического анализа. Знания: основ элементарной математики, алгебры и математического анализа. Умения: обращаться с алгебраическими выражениями, числами, многочленами, элементарными функциями и их свойствами; решать типовые задачи алгебры, математического анализа. Навыки: мыслительной деятельности, логического анализа, математического и геометрического мышления. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: большинство прикладных курсов, для подготовки выпускной квалификационной работы.

1.2.Цель освоения дисциплины (модуля)

Целью изучения дисциплины является формирование систематизированных знаний в области исследования устойчивости решений дифференциальных уравнений; исследование устойчивости решений практических задач методами Ляпунова.

Задачи изучения дисциплины:

- обеспечить подготовку бакалавра педагогического образования к будущей профессиональной деятельности;
- развивать логическое мышление и математическую культуру студентов;
- формировать необходимый уровень математической подготовки для понимания других прикладных дисциплин;
- привить студентам навыки самостоятельной работы;
- подготовить студентов к ведению исследовательской деятельности при выполнении выпускных квалификационных работ по математике;

обеспечить подготовку студентов для продолжения образования в магистратуре.

1.3. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)

Достижение цели освоения дисциплины (модуля) обеспечивается через формирование следующих компетенций:

Таблица 1

Код и наименование компетенции	**Код и наименование индикатора достижения компетенций, которые формирует дисциплина (модуль)**	**Планируемые результаты обучения**
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	Знает: • роль и место математики в общей картине научного знания; • структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.

практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	Умеет: осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. Владеет: • действием проектирования различных форм учебных занятий, • навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.
	ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.	Знает: • характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; • особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности. Умеет: • оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; • организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности. Владеет: • навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

1.4. Объем дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 академ. часов)

Таблица 2

Вид учебной работы	Количество академ. часов	
	Очно	Заочно
4.1. Объем контактной работы обучающихся с преподавателем	**24**	**16**
4.1.1. аудиторная работа	**16**	**8**
в том числе:		
лекции	8	4
практические занятия, семинары, в том числе практическая подготовка	8	4/1
4.1.2. внеаудиторная работа	**8**	**96**
в том числе:		
индивидуальная работа обучающихся с преподавателем	6	6
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем	2	2
4.2. Объем самостоятельной работы обучающихся	**56**	**91**
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену	18	36

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

2.1. Тематическое планирование дисциплины (модуля):

Таблица 3

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад.часах		Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад.часах)					
				Лекции		Практ. занятия		Сам. работа	
		Очно	Заочн.	Очно	Заочн.	Очно	Заочн.	Очно	Заочн.
1.	Метрические пространства..	24	22	4	2	4	2	20	24
2.	Нормированные пространства..	48	42	4	2	4	2	36	36
3.	Итого	72	68	8	4	8	4	56	60

2.2. Содержание разделов дисциплины (модуля):

Таблица 4

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание дисциплины (дидактические единицы)
1.	Устойчивость линейных однородных дифференциальных систем.	Основные понятия теории устойчивости. Общие теоремы об устойчивости линейных дифференциальных систем. Устойчивость линейных однородных дифференциальных систем. Устойчивость линейной дифференциальной системы с постоянной матрицей. Фазовая плоскость. Простейшие типы точек покоя.
2.	Алгебраические критерии устойчивости решений дифференциальных уравнений.	Матрица Гурвица. Критерий Рауса-Гурвица. Критерий Михайлова.
3.	Второй метод Ляпунова.	Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Знакоопределенные функции. Теоремы Ляпунова. Теорема Четаева. Теорема Персидского.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

3.1. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Таблица 5

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид самостоятельной работы обучающихся
1.	Устойчивость линейных однородных дифференциальных систем.	1) Подготовка докладов и сообщений на тему 2) Выполнение индивидуальных заданий
2.	Алгебраические критерии устойчивости решений дифференциальных уравнений.	1) Подготовка докладов и сообщений на тему 2) Выполнение индивидуальных заданий
3.	Второй метод Ляпунова.	Выполнение индивидуальных заданий по темам: 1) «Исследование на устойчивость линейных однородных дифференциальных систем с помощью критерия по первому приближению»; «Исследование на устойчивость линейных однородных дифференциальных систем с помощью функций Ляпунова».

1) Меркин, Д.Р. Теория устойчивости в примерах и задачах/ Д. Р. Меркин, С. М. Бауэр, А. Л. Смирнов, Б. А. Смольников. — Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0690-1. — Текст: электронный// ЭБС IPR SMART UR L: http://www.iprbookshop.ru/92006.html

2) Романко, В.К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению: учебное пособие / В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко. — 6-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 222 с. — ISBN 978-5-00101-799-8. — Текст: электронный// ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/135528

3) Самко, Г.С. Некоторые классы специальных функций: учебное пособие/ С.Г. Самко, Х.С. Тарамова, С.М. Умархаджиев. – Грозный, ЧГПУ. – 2017, 115 с.

3.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы дисциплины (модуля)

3.2.1. Основная и дополнительная литература

Таблица 6

Виды литературы	Автор, название литературы, город, издательство, год	Количество часов, обеспеченных указанной литературой	Количество обучающихся	Количество экземпляров в библиотеке университета	Режим доступа ЭБС/ электронный носитель (CD,DVD)	Обеспеченность обучающихся литературой,
1	2	3	4	5	6	7
	Основная литература					
1	Меркин, Д.Р. Теория устойчивости в примерах и задачах/ Д. Р. Меркин, С. М. Бауэр, А. Л. Смирнов, Б. А. Смольников. — Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4344-0690-1. — Текст : электронный	64/44 12/96	23		ЭБС IPR SMART URL: http://www.iprbookshop.ru/92006.html	100%
2	Рябушко, А. П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.5. Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика: учебное пособие / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — Минск : Вышэйшая школа, 2018. — 336 с. — ISBN 978-985-06-2815-2 (ч. 5), 978-985-06-2764-3. — Текст : электронный	64/44 12/96	23		ЭБС IPR SMART URL: http://www.iprbookshop.ru/90758.html	100%

1	2	3	4	5	6	7
3	Любимов, В. В. Математическая теория устойчивости с приложениями: учебное пособие / В. В. Любимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 180 с. — ISBN 978-5-8114-3218-9. — Текст : электронный	64/44 12/96	23		ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/109506	100%
	Дополнительная литература					
1	Романко, В.К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению: учебное пособие / В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко. — 6-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 222 с. — ISBN 978-5-00101-799-8. — Текст : электронный	64/44 12/96	23		ЭБС Лань URL: https://e.lanbook.com/book/135528	100%
2	Самко, Г.С. Некоторые классы специальных функций: учебное пособие/ С.Г. Самко, Х.С. Тарамова, С.М. Умархаджиев. – Грозный, ЧГПУ. – 2017, 115 с.	32/22 6/48		10		50%

3.2.2. Интернет-ресурсы

1) Электронно-библиотечная система IPRbooks (www.iprbookshop.ru).
2) Образовательная платформа «ЮРАЙТ» https://urait.ru/).
3) Электронно-библиотечная система«Лань» (https://e.lanbook.com/).
4) МЭБ (Межвузовская электронная библиотека) НГПУ. (https://icdlib.nspu.ru/).
5) НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU (https://www.elibrary.ru/).
6) СПС «КонсультантПлюс» (http://www.consultant.ru/).
7) Подборка литературы по дифференциальным уравнениям http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm
8) http://atomas.ru/mat/difur

3.3. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:

Таблица 7

Помещения для осуществления образовательного процесса	**Перечень основного оборудования (с указанием кол-ва посадочных мест)**	**Адрес (местоположение)**
Аудитория для проведения лекционных занятий		
Лекционная аудитория - ауд. 4-12	Аудиторная доска, (столы ученические, стулья ученические на 24 посадочных мест, учебная доска - 1шт., наглядные пособия	Уч. корпус №3 г. Грозный, ул. Ляпидевского № 9а
Аудитории для проведения практических занятий, контроля успеваемости		
Аудитория для практических занятий - ауд.4-23	Технические средства для отображения мультимедийной или текстовой информации: мультимедиа проектор, экран, акустическая система. Количество посадочных мест - 30.	Уч. корпус №3 г. Грозный, ул. Ляпидевского № 9а
Помещения для самостоятельной работы		
Читальный зал библиотеки ЧГПУ	Компьютеры с выходом в Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза. Количество посадочных мест - 50.	Электронный читальный зал. этаж 2 Библиотечно-компьютерный центр г. Грозный, ул. Субры Кишиевой, 33

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ / МОДУЛЯ

4.1. ХАРАКТЕРИСТИКА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины / модуля осуществляется преподавателем в процессе проведения практических и лабораторных занятий, контрольных работ, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований и т.д.

Таблица 8

№ п/п	Наименование темы (раздела) с контролируемым содержанием	Код и наименование проверяемых компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
1.	Раздел 1. Устойчивость линейных однородных дифференциальных систем	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Устный опрос, тестирование, выполнение индивидуальных практических заданий.	Контрольная работа № 1
2.	Раздел 2. Алгебраические критерии устойчивости решений дифференциальных уравнений	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Устный опрос, тестирование, выполнение индивидуальных практических заданий.	Контрольная работа № 2
3.	Раздел 3. Второй метод Ляпунова.	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Устный опрос, тестирование, выполнение индивидуальных практических заданий.	

4.2. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

4.2.1. Наименование оценочного средства: *тест*

Методические материалы: приводятся вопросы и/или типовые задания, критерии оценки.

Примерные вопросы для тестирования

(вопросы с закрытой формой ответа: выбор правильного варианта из предложенных)

1. Решение однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами устойчиво тогда и только тогда, когда

а) действительные части собственных чисел матрицы системы неположительны, причем числам с нулевой действительной частью соответсвтуют простые элементарные делители;

б) действительные части собственных чисел матрицы системы неотрицательны;

в) хотя бы одному собственному числу с нулевой действительной частью соответствует непростой элементарный делитель;

г) среди собственных чисел матрицы системы имеется хотя бы одно число с положительной действительной частью.

2. Решение однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами асимптотически устойчиво тогда и только тогда, когда

а) действительные части собственных чисел матрицы системы неположительны, причем числам с нулевой действительной частью соответствуют простые элементарные делители;

б) действительные части собственных чисел матрицы системы неотрицательны;

в) хотя бы одному собственному числу с нулевой действительной частью соответствует непростой элементарный делитель;

г) среди собственных чисел матрицы системы имеется хотя бы одно число с положительной действительной частью.

3. Решение однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами неустойчиво тогда и только тогда, когда

а) действительные части собственных чисел матрицы системы неположительны, причем числам с нулевой действительной частью соответствуют простые элементарные делители;

б) действительные части собственных чисел матрицы системы неотрицательны;

в) хотя бы одному собственному числу с нулевой действительной частью соответствует непростой элементарный делитель, либо среди собственных чисел матрицы системы имеется хотя бы одно число с положительной действительной частью.

4. Характеристическое уравнение системы $\begin{cases} \dot{x} = 4x + y, \\ \dot{y} = 2x - 4y, \end{cases}$ имеет вид

а) $\begin{vmatrix} 4 & 1-\lambda \\ 2-\lambda & -4 \end{vmatrix} = 0$, б) $\begin{vmatrix} 4 & 1+\lambda \\ 2+\lambda & -4 \end{vmatrix} = 0$, в) $\begin{vmatrix} 4+\lambda & 1 \\ 2 & \lambda-4 \end{vmatrix} = 0$, г) $\begin{vmatrix} 4-\lambda & 1 \\ 2 & -4-\lambda \end{vmatrix} = 0$.

5. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y^{V} + y^{IV} + 3y''' + 3y'' + 3y = 0$ имеет вид

а) $\lambda^5 + \lambda^4 + 3\lambda^3 + 3\lambda^2 + 3\lambda = 0$; б) $\lambda^5 + \lambda^4 + 3\lambda^3 + 3\lambda^2 + 3 = 0$;

в) $\lambda^5 + \lambda^4 + 3\lambda^2 + 3\lambda = 0$; г) $\lambda^5 + 3\lambda^3 + 3\lambda^2 + 3\lambda = 0$.

6. Дана система дифференциальных уравнений $\begin{cases} \dot{x} = M(x, y) \\ \dot{y} = N(x, y) \end{cases}$. Точка (x_0, y_0) называется особой точкой этой системы, если:

а) в окрестности этой точки функции M, N непрерывно дифференцируемы и $M(x_0, y_0) = N(x_0, y_0) = 0$;

б) в окрестности этой точки функции M, N непрерывны и $M(x_0, y_0) = N(x_0, y_0) = 0$;

в) в окрестности этой точки $M(x_0, y_0) = N(x_0, y_0) = 0$;

г) в окрестности этой точки функции M, N непрерывно дифференцируемы и $M(x_0, y_0) = N(x_0, y_0)$.

7. Особыми точками системы $\begin{cases} \dot{x} = (2x - y)(x - 2) \\ \dot{y} = xy - 2 \end{cases}$ являются

а$(2,1), (2,2), (1,1)$), б) $(2,-1), (1,2), (1,1)$, в) $(2,1), (1,2), (-1,-2)$, г) $(2,1), (0,2), (1,1)$.

8. Особая точка некоторой системы есть устойчивый узел, тогда корнями характеристического уравнения могут быть

а) –2 и –5; б) 3 и –6; в) 5 и 6; г) 0 и –6.

9. Особая точка некоторой системы есть неустойчивый узел, тогда корнями характеристического уравнения могут быть

а) –2 и –5; б) 3 и –6; в) 5 и 6; г) 0 и –6.

10. Особая точка некоторой системы есть седло, тогда корнями характеристического уравнения могут быть

а) –2 и –5; б) 3 и –6; в) 5 и 6; г) 0 и –6.

11. Особая точка некоторой системы неустойчива, тогда корнями характеристического уравнения могут быть

а) –2 и –5; б) 3 и –6; в) 5 и 6; г) 0 и 6.

12. Особая точка некоторой системы устойчива, но не асимптотически, тогда корнями характеристического уравнения могут быть

а) –2 и –5; б) 3 и –6; в) 5 и 6; г) 0 и –6.

13. Особая точка некоторой системы есть устойчивый фокус, тогда корнями характеристического уравнения могут быть

а) $3+2i$ и $3–2i$; б) $–3+2i$ и $–3–2i$; в) $–2i$ и $2i$; г) –5 и –6.

14. Особая точка некоторой системы есть неустойчивый фокус, тогда корнями характеристического уравнения могут быть

а) $3+2i$ и $3–2i$; б) $–3+2i$ и $–3–2i$; в) $–2i$ и $2i$; г) –5 и –6.

15. Особая точка некоторой системы есть центр, тогда корнями характеристического уравнения могут быть

а) $3+2i$ и $3–2i$; б) $–3+2i$ и $–3–2i$; в) $–2i$ и $2i$; г) –5 и –6.

16. Характеристическое уравнение некоторой системы имеет кратные отрицательные корни, тогда особая точка

а) асимптотически устойчива; б) устойчива; в) неустойчива; г) нет ответа.

17. Характеристическое уравнение некоторой системы имеет кратные положительные корни, тогда особая точка

а) асимптотически устойчива; б) устойчива; в) неустойчива; г) нет ответа.

18. Характеристическое уравнение некоторой системы имеет кратные нулевые корни, тогда особая точка

а) асимптотически устойчива; б) устойчива; в) неустойчива; г) нет ответа.

19. Если корни характеристического уравнения различные действительные числа одного знака, то особая точка есть

а) узел; б) седло; в) фокус; г) центр.

20. Если корни характеристического уравнения различные действительные числа разных знаков, то особая точка есть

а) узел; б) седло; в) фокус; г) центр.

21. Если корни характеристического уравнения комплексные с действительной частью, отличной от нуля, то особая точка есть

а) узел; б) седло; в) фокус; г) центр.

22. Если корни характеристического уравнения чисто мнимые числа, то особая точка есть

а) узел; б) седло; в) фокус; г) центр.

23. Матрица Гурвица уравнения $y''' + 2y'' + 3y' + 4y = 0$ имеет вид

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, г) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

24. Тривиальное решение некоторого уравнения асимптотически устойчиво, тогда диагональные миноры матрицы Гурвица

а) неотрицательны, б) положительны, в) отрицательны, г) неположительны.

25. Матрица Гурвица имеет вид $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, тогда соответствующее уравнение имеет вид

а) $y''' + 3y'' + 4y' + y = 0$; б) $y''' + y'' + 4y' + 3y = 0$;

в) $y''' + 4y'' + 3y' + y = 0$; г) $y''' + 3y'' + y' + 4y = 0$.

26. Характеристическое уравнение системы $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y, \\ \dot{y} = 2x - 3y, \end{cases}$ имеет вид

а) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 2 & -3-\lambda \end{vmatrix} = 0$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 2+\lambda \\ 2+\lambda & -3 \end{vmatrix} = 0$, в) $\begin{vmatrix} 1+\lambda & -2 \\ 2 & \lambda-3 \end{vmatrix} = 0$, г) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & -2 \\ 2 & 3-\lambda \end{vmatrix} = 0$.

27. Особыми точками системы $\begin{cases} \dot{x} = 2 + y - x^2, \\ \dot{y} = 2xy(x - y), \end{cases}$ являются

а $(2,1),\ (2,2),\ (1,1)$), б) $(2,-1),\ (1,2),\ (1,1)$, в) $(2,1),\ (1,2),\ (-1,-2)$, г) $(2,2),\ (0,-2),\ (-1,-1)$

28. Уравнение $\begin{vmatrix} 1-\lambda & -2 \\ 2 & 3-\lambda \end{vmatrix} = 0$ является характеристическим для системы уравнений

а) $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = 3x - 2y, \end{cases}$; б) $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y, \\ \dot{y} = 2x - 3y, \end{cases}$; в) $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y, \\ \dot{y} = 2x + 3y, \end{cases}$; г) $\begin{cases} \dot{x} = -x + 2y, \\ \dot{y} = -2x + 3y, \end{cases}$.

29. Сколь угодно узкая ε-трубка решения $z(t)$ содержит все решения $x(t)$ задачи $\dot{x}_i(t) = f_i(t, x_1,\ldots,x_n)$ $\left(i = \overline{1, n}\right)$, близкие в начальный момент с $z(t)$. Геометрически это означает

а) асимптотическую устойчивость; б) устойчивость по Ляпунову;
в) неустойчивость; г) равномерную устойчивость.

30. Устойчивость одного решения влечет устойчивость другого решения. Это утверждение справедливо для

а) линейных уравнений; б) нелинейных уравнений;
в) однородных уравнений; г) неоднородных уравнений.

31. Решение, не являющее устойчивым, называют

а) асимптотически устойчивым; б) устойчивым по Ляпунову;
в) неустойчивым по Ляпунову; г) равномерно устойчивым.

32. Из устойчивости по Ляпунову следует устойчивость, равномерная по начальному моменту для

а) автономного уравнения; б) линейного; в) нелинейного; г) однородного.

33. Для ω-периодического уравнения из устойчивости по Ляпунову следует

а) асимптотическая устойчивость; б) экспоненциальная устойчивость;
в) неустойчивость; г) равномерная устойчивость.

34. Уравнение $\begin{vmatrix} 1-\lambda & -3 \\ 3 & 4-\lambda \end{vmatrix} = 0$ является характеристическим для системы

а) $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y, \\ \dot{y} = 3x + y, \end{cases}$; б) $\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y, \\ \dot{y} = -3x - 4y, \end{cases}$; в) $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y, \\ \dot{y} = 4x + 3y, \end{cases}$; г) $\begin{cases} \dot{x} = x - 3y, \\ \dot{y} = 3x + 4y. \end{cases}$.

35. Особыми точками системы $\begin{cases} \dot{x} = y^2 - 4x^2, \\ \dot{y} = 4y - 8, \end{cases}$ являются

а) $(0,1),\ (1,0),\ (-1,0)$, б) $(1,2),\ (-1,2)$, в) $(1,2),\ (-1,-2)$, г) $(2,2),\ (0,-2),\ (-1,-1)$.

36. Характеристическое уравнение системы $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = 3x + 4y, \end{cases}$ имеет вид

а) $\begin{vmatrix} 2 & -1-\lambda \\ 3-\lambda & 4 \end{vmatrix} = 0$, б) $\begin{vmatrix} 2 & \lambda-1 \\ 3+\lambda & 4 \end{vmatrix} = 0$, в) $\begin{vmatrix} 2-\lambda & -1 \\ 3 & 4-\lambda \end{vmatrix} = 0$, г) $\begin{vmatrix} 2+\lambda & -1 \\ 3 & 4+\lambda \end{vmatrix} = 0$.

37. Особыми точками системы $\begin{cases} \dot{x} = 1 - x^2 - y^2, \\ \dot{y} = 2xy, \end{cases}$ являются

а) $(0,1),\ (1,0),\ (-1,0),\ (0,-1)$, б) $(1,2),\ (1,1)$,
в) $(2,1),\ (1,2),\ (-1,-2)$, г) $(2,2),\ (0,-2),\ (-1,-1)$.

38. Матрица $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ является матрицей Гурвица для уравнения

а) $y''' + 5y'' + 2y' + 3y = 0$; б) $y''' + 3y'' + y' + 5y = 0$;
в) $y''' + 3y'' + 2y' + 5y = 0$; г) $3y''' + y'' + 2y' + 5y = 0$

39. Характеристическое уравнение системы $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y, \\ \dot{y} = 2x + y, \end{cases}$ имеет вид

а) $\begin{vmatrix} 4 & -3-\lambda \\ 2-\lambda & 1 \end{vmatrix} = 0$, б) $\begin{vmatrix} 4 & \lambda-3 \\ 2+\lambda & 1 \end{vmatrix} = 0$, в) $\begin{vmatrix} 4-\lambda & -3 \\ 2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0$, г) $\begin{vmatrix} 4+\lambda & -3 \\ 2 & 1+\lambda \end{vmatrix} = 0$.

40. Особыми точками системы $\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y \\ \dot{y} = (x-y)(x-y+2) \end{cases}$ являются

а) $(0,0), (2,4), (-1,1), (1,1)$, б) $(-1,1), (1,1)$, в) $(1,2), (-1,-2)$, г) $(2,2), (0,-2), (-1,-1)$
.

41. Для системы $\begin{cases} \dot{x} = x - 3y, \\ \dot{y} = 2x + 5y, \end{cases}$ характеристическое уравнение имеет вид

а) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & -3 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = 0$, б) $\begin{vmatrix} 1 & \lambda-3 \\ 2+\lambda & 5 \end{vmatrix} = 0$, в) $\begin{vmatrix} 1 & -3-\lambda \\ 2-\lambda & 5 \end{vmatrix} = 0$, г) $\begin{vmatrix} 1+\lambda & -3 \\ 2 & 5+\lambda \end{vmatrix} = 0$.

42. Система $\begin{cases} \dot{x} = xy - 4, \\ \dot{y} = (x-y)(x-4), \end{cases}$ имеет особые точки

а) $(0,0), (2,4), (-1,1), (1,1)$, б) $(-1,1), (1,1)$, в) $(1,2), (-1,-2)$, г) $(2,2), (-2,-2), (4,1)$.

43. Матрица Гурвица некоторого дифференциального уравнения имеет вид $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ b & a & 3 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$,

тогда нулевое решение уравнения асимптотически устойчиво, если
а) $a > b > 0$; б) $3a > b > 0$; в) $a > 0 > b$; г) $a > 3b > 0$.
44. Если корни характеристического уравнения равны $-2 \pm 3i$, то особая точка есть
а) устойчивый узел; б) седло; в) устойчивый фокус; г) неустойчивый фокус.
45. Если корни характеристического уравнения равны $\pm 3i$, то особая точка есть
а) узел; б) седло; в) фокус; г) центр.
46. Если корни характеристического уравнения равны $(1 \pm 3)/2$, то особая точка есть
а) устойчивый узел; б) седло; в) устойчивый фокус; г) неустойчивый фокус.
47. Если корни характеристического уравнения равны $\lambda_{1,2} = 2$, то особая точка есть
а) устойчивый узел; б) седло; в) вырожденный узел; г) неустойчивый узел.
48. Особая точка системы $\dot{x} = x, \dot{y} = y$ есть
а) устойчивый узел; б) дикритический узел;
в) вырожденный узел; г) неустойчивый узел.
49. Если особая точка системы дифференциальных уравнений
$\dot{x} = ax + by, \dot{y} = cx + dy$ есть узел, то картина интегральных кривых в окрестности начала координат напоминает собой
а) семейство парабол; б) семейство гипербол; в) спирали; г) замкнутые кривые.
50. Если особая точка системы дифференциальных уравнений
$\dot{x} = ax + by,\ \dot{y} = cx + dy$ есть седло, то картина интегральных кривых в окрестности начала координат напоминает собой
а) семейство парабол; б) семейство гипербол; в) спирали; г) замкнутые кривые.
51. Если особая точка системы дифференциальных уравнений
$\dot{x} = ax + by, \dot{y} = cx + dy$ есть фокус, то картина интегральных кривых в окрестности начала координат напоминает собой
а) семейство парабол; б) семейство гипербол; в) спирали; г) замкнутые кривые.
52. Если особая точка системы дифференциальных уравнений
$\dot{x} = ax + by, \dot{y} = cx + dy$ есть центр, то картина интегральных кривых в окрестности начала координат напоминает собой

а) семейство парабол; б) семейство гипербол; в) спирали; г) замкнутые кривые.

53. Какая из функций двух переменных является положительно определенной?

а) $v(x,y)=-x^2$, б) $v(x,y)=x^2y+xy^2$, в) $v(x,y)=(x-y)^2$, г) $v(x,y)=x^2+y^2-2y^3$.

54. Какая из функций двух переменных является отрицательно определенной?

а) $v(x,y)=-x^2$, б) $v(x,y)=x^2y+xy^2$, в) $v(x,y)=(x-y)^2$, г) $v(x,y)=x^2+y^2-2y^3$.

55. Какая из функций двух переменных является положительно постоянной?

а) $v(x,y)=-x^2$, б) $v(x,y)=x^2y+xy^2$, в) $v(x,y)=(x-y)^2$, г) $v(x,y)=x^2+y^2-2y^3$.

56. Какая из функций двух переменных является отрицательно постоянной?

а) $v(x,y)=-x^2$, б) $v(x,y)=x^2y+xy^2$, в) $v(x,y)=(x-y)^2$, г) $v(x,y)=x^2+y^2-2y^3$.

57. Какая из функций двух переменных является знакопеременной?

а) $v(x,y)=-x^2$, б) $v(x,y)=x^2y+xy^2$, в) $v(x,y)=(x-y)^2$, г) $v(x,y)=x^2+y^2-2y^3$.

58. Тривиальное решение некоторой автономной системы асимптотически устойчиво, если для этой системы существует такая функция v, что

а) v положительно определена и $\frac{dv}{dt}$, вычисленная в силу этой системы, отрицательно определена;

б) v отрицательно определена и $\frac{dv}{dt}$, вычисленная в силу этой системы, отрицательно определена;

в) v положительно определена и $\frac{dv}{dt}$, вычисленная в силу этой системы, положительно определена;

г) v отрицательно определена и $\frac{dv}{dt}$, вычисленная в силу этой системы, положительно определена.

59. Тривиальное решение некоторой системы устойчиво, если для этой системы существует такая функция v, что

а) v неположительно определена и $\frac{dv}{dt}$, вычисленная в силу этой системы, отрицательно определена;

б) v положительна определена и $\frac{dv}{dt}$, вычисленная в силу этой системы, неположительно определена;

в) v положительно определена и $\frac{dv}{dt}$, вычисленная в силу этой системы, неположительно определена.

4.2.2. Наименование оценочного средства: *контрольная работа*

Методические материалы: приводятся вопросы и/или типовые задания, критерии оценки.

Примерное задание для контрольной работы:

Контрольная работа №1

I. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы двух линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 4y \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x - 3y \end{cases}$$

II. Найти особые точки системы и определить их характер.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y^2 - 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = sinx - y^2 + 1. \end{cases}$$

Контрольная работа №2

I. Исследовать тривиальное решение дифференциального уравнения с помощью алгебраических критериев

$$y^{IV} + 7y^{III} + 12y'' + 23y' + 10y = 0.$$

II. Исследовать тривиальное решение системы дифференциальных уравнений с помощью функций Ляпунова

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y^2 - 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = sinx - y^2 + 1. \end{cases}$$

III. Исследовать тривиальное решение системы дифференциальных уравнений с помощью критерия по первому приближению

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x^2 + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + y^2. \end{cases}$$

Критерии оценивания результатов контрольной работы

Таблица 9

Балл (интервал баллов)	***Уровень освоения***	***Критерии оценивания уровня освоения компетенций****
10	*Максимальный уровень (интервал)*	*Контрольная работа оформлена в соответствии с предъявляемыми требованиями, содержит 1-2 мелких ошибки; ответы студента правильные, четкие, содержат 1-2 неточности*
[6-8]	*Средний уровень (интервал)*	*Контрольная работа содержит одну принципиальную или 3 или более недочетов; ответы студента правильные, но их формулирование затруднено и требует наводящих вопросов от преподавателя*
[3-5]	*Минимальный уровень (интервал)*	*Контрольная работа оформлена в соответствии с предъявляемыми требованиями, неполное раскрытие темы в теоретической части и/или в практической части контрольной работы; ответы студенты формально правильны, но поверхностны, плохо сформулированы, содержат более одной принципиальной ошибки*
Менее 3	*Минимальный уровень (интервал) не достигнут.*	*Контрольная работа содержит более одной принципиальной ошибки моделей решения задачи; контрольная работа оформлена не в соответствии с предъявляемыми требованиями; ответы студента путанные, нечеткие, содержат множество ошибок, или ответов нет совсем; несоответствие варианту.*

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Представлено в приложении №1.

Автор(ы) рабочей программы дисциплины (модуля):

К.ф-м.н., доцент ______________ Тарамова Х.С.
(подпись)

СОГЛАСОВАНО:

Директор библиотеки ______________ Арсагириева Т.А.
(подпись)

Приложение 1

Оценочные средства
для проведения промежуточной аттестации по дисциплине
________Элементы теории устойчивости___
Направление подготовки
44.03.05 - ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(с двумя профилями подготовки)
Профили подготовки _«Математика» и «Информатика»__________________________
Форма обучения: очная и заочная
Год приема: 2023

1. Характеристика оценочной процедуры:
Семестр - _А_
Форма аттестации – __зачет___

2. Оценочные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

3.1. Вопросы для промежуточной аттестации по дисциплине:

1. Определения устойчивости, неустойчивости и асимптотической устойчивости решения дифференциальной системы по Ляпунову.
2. Общие свойства решений линейной дифференциальной системы.
3. Необходимое и достаточное условие устойчивости линейной дифференциальной системы.
4. Неустойчивость устойчивости линейной дифференциальной системы. Равномерная устойчивость.
5. Теорема об устойчивости линейной однородной дифференциальной системы.
6. Устойчивость линейной неоднородной дифференциальной системы. Асимптотическая устойчивость линейной однородной дифференциальной системы.
7. Устойчивость линейной дифференциальной системы с постоянной матрицей.
8. Условия Рауса-Гурвица.
9. Условия Льенара-Шипара.
10. Критерий Михайлова.
11. Знакопостоянные функции. Знакоопределенные функции.
12. Первая теорема Ляпунова (теорема об устойчивости).
13. Вторая теорема Ляпунова (теорема об асимптотической устойчивости).
14. Третья теорема Ляпунова (теорема о неустойчивости).
15. Теорема Четаева.

2.2. Задания к зачету

I. Исследовать на устойчивость нулевое решение систем уравнений:

$$\mathbf{1}).\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=x+y,\\ \dfrac{dy}{dt}=-2x+3y.\end{cases}\qquad \mathbf{2}).\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=-x+3y,\\ \dfrac{dy}{dt}=x+2y.\end{cases}\qquad \mathbf{3}).\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=x-4y,\\ \dfrac{dy}{dt}=5x-3y.\end{cases}$$

4). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -5y + 3x. \end{cases}$ **5**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 4x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x - 2y. \end{cases}$ **6**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + 6y. \end{cases}$

7). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x - 3y. \end{cases}$ **8**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x + 3y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x - 5y. \end{cases}$ **9**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - 6y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x - 3y. \end{cases}$

10). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 12x - 4y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 40x - 12y. \end{cases}$ **11**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + 4y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + y. \end{cases}$ **12**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x - 8y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - 5y. \end{cases}$

13). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + 3y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - 2y. \end{cases}$ **14**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + 2y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 4y - 3x. \end{cases}$ **15**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x - 5y. \end{cases}$

16). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y - z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + 2y + z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 4x + 2y + 3z. \end{cases}$ **17**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 8x - 2y + 2z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 8x - 3y + 4z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -2x - 2y + 3z. \end{cases}$

18). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y - z, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - y + z, \\ \dfrac{dz}{dt} = x - 3y + 3z. \end{cases}$ **19**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 4y + 4z, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 3y - z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -3x + 4y + 8z. \end{cases}$

20). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x + 8y + 6z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + 10y + 6z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 4x - 2y - 4z. \end{cases}$ **21**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 2y + 2z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x + y + 2z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 2x + 2y + z. \end{cases}$

II. Найти особые точки дифференциальных систем:

1). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x^2 - xy - 6, \\ \dfrac{dy}{dt} = x^2 - x - 6. \end{cases}$ **2**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x^2 - xy + 2, \\ \dfrac{dy}{dt} = x^2 - x - 2. \end{cases}$

3). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2 - xy - 3y^2, \\ \dfrac{dy}{dt} = y^2 - y - 2. \end{cases}$ **4**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3 - 3y^2 - xy, \\ \dfrac{dy}{dt} = y^2 + y - 6. \end{cases}$

5). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x^2 + x + 2y^2 - 2, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + y^2. \end{cases}$ **6**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y^2 - y - 2, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3y^2 + xy + 2. \end{cases}$

7). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = e^{x^2-y} - e^{2x}, \\ \dfrac{dy}{dt} = y^2 + y + x. \end{cases}$ **8**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y^2 + 2x - 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = 1 - e^{-5x}. \end{cases}$

9). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y - x^2, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln(4x^2 + 1) - \ln 5. \end{cases}$ **10**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x^3 y + y^2, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln(x^3 + y) - 3y. \end{cases}$

11). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2xy, \\ \dfrac{dy}{dt} = e^{-4xy} - x. \end{cases}$ **12**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y(x - 2y - 6), \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln(x - 2y). \end{cases}$

13). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 5x - 8y + 3, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln\dfrac{x}{y}. \end{cases}$ **14**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = e^{y} - x + 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln(x^3 - 6e^{y} - 2). \end{cases}$

15). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y - e^{4(x^2-1)}, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln(2 - x + y). \end{cases}$ **16**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y - 2, \\ \dfrac{dy}{dt} = xy + 2. \end{cases}$

17). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = xy - 2y - 4, \\ \dfrac{dy}{dt} = x^2 - 4y^2. \end{cases}$ **18**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y^2 + 2x - 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = y^2 - 6x - 1. \end{cases}$

19). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x^2 - 4y^2, \\ \dfrac{dy}{dt} = y - 1. \end{cases}$ **20**). $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \sqrt[3]{7x + y} + y - 2, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln\dfrac{1}{1 + x}. \end{cases}$

III. Исследовать устойчивость особых точек с помощью систем первого приближения:

1) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y + 2x - 3, \\ \dfrac{dy}{dt} = \operatorname{arctg} xy. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x^2 - y, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln(3x^2 - 1) - \ln 2. \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 4 - 2x + 3xy - 9y^2, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln\dfrac{1 + x}{1 - 2x}. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = (x^3 + y)y, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln(x^3 + y) - 3y. \end{cases}$

5) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{e^{2(x-y)} - 1}{2e^{x-y}}, \\ \dfrac{dy}{dt} = e^{x(2y+1)+y} - 1. \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln(1 - 3x + x^2 - y) - y. \end{cases}$

7) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y^2, \\ \dfrac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 2. \end{cases}$ 8) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 5x - 8y + 3, \\ \dfrac{dy}{dt} = \ln x - \ln y. \end{cases}$

9) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = e^{2(x+y)} + x, \\ \dfrac{dy}{dt} = \arccos(x - x^3) - \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$ 10) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = e^{xy} + y^2 - 3, \\ \dfrac{dy}{dt} = \operatorname{arctg}\dfrac{x}{y}. \end{cases}$

11) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \ln(x+y), \\ \dfrac{dy}{dt} = x^3 + y^3 - 1. \end{cases}$

12) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = e^{\frac{xy^3}{2}} + y^2 - 3, \\ \dfrac{dy}{dt} = 4\mathrm{arctg}\,\dfrac{x}{y^5}. \end{cases}$

13) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{e^{x^2}}{e^{2y}} - e^{2x}, \\ \dfrac{dy}{dt} = -y^2 - x - 2y. \end{cases}$

14) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 1 - (1-x)^2 - y, \\ \dfrac{dy}{dt} = \sqrt{1+4y} - \sqrt{1+2x+2y^2}. \end{cases}$

15) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \ln(1 - y + y^2), \\ \dfrac{dy}{dt} = 3 - \sqrt{x^2 + 8y}. \end{cases}$

16) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = (y-1)(3x + y - 5), \\ \dfrac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 5. \end{cases}$

17) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2(x-y)y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2 + x - y^2. \end{cases}$

IV. Исследовать на устойчивость нулевые решения уравнений с помощью алгебраических критериев:

1) $y^{IV} + 2y''' + 2y'' + 2y' + 2y = 0;$
2) $2y^{IV} + y''' + y'' + y' + 3y = 0;$
3) $y^{IV} + 7y''' + 12y'' + 23y' + 10y = 0;$
4) $y^{IV} + 2y''' + 4y'' + 2y' + 5y = 0;$
5) $y^{IV} + y''' + 3y'' + 2y' + y = 0;$
6) $y^{V} + 2y^{IV} + 3y''' + 2y'' + y' + y = 0.$
7) $2y^{IV} + 4y''' + 3y'' + 3y' + y = 0;$
8) $3y^{IV} + 4y''' + 3y'' + 3y' + y = 0;$
9) $y^{V} + 5y^{IV} + 10y''' + 11y'' + 7y' + 2y = 0;$
10) $y^{IV} + 5y''' + 4y'' + 3y' + 2y = 0;$
11) $y^{V} + 2y^{IV} + 2y''' + 46y'' + 89y' + 260y = 0;$
12) $y^{V} + y^{IV} + 7y''' + 4y'' + 10y' + 3y = 0;$
13) $y^{VII} + 7y^{VI} + 23y^{V} + 37y^{IV} + 56y''' + 36y'' + 12y' + 4y = 0;$
14) $y^{IV} + 3y''' + 4y'' + 3y' + y = 0;$
15) $y^{IV} + 7y''' + 18y'' + 22y' + 12y = 0;$
16) $y^{IV} + 2y''' + 3y'' + 2y' + y = 0;$
17) $y^{IV} + 11y''' + 59y'' + 107y' + 60y = 0;$
18) $y^{IV} + 5y''' + 18y'' + 53y' + 60y = 0;$
19) $y^{IV} + 6y''' + 15y'' + 18y' + 10y = 0;$
20) $y^{IV} + 4y''' + 10y'' + 12y' + 5y = 0;$
21) $y''' + 6y'' + 11y' + 6y = 0;$
22) $y^{IV} + 7y''' + 12y'' + 23y' + 10y = 0;$
23) $y^{IV} + 3y''' + 3y'' + 3y' + 2y = 0;$
24) $y^{IV} + 2y''' + 4y'' + 2y' + 5y = 0;$
25) $y^{IV} + 2y'' + 8y' + 5y = 0;$
26) $y^{V} + 4y^{IV} + 5y''' + 2y' + 4y = 0.$

2.3. Структура билета к зачету (примерная):

1) Используя алгебраические критерии устойчивости исследовать на устойчивость нулевое решение линейного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.

$$y^{IV} + 11y^{III} + 3y^{II} + 2y^{I} + 3y = 0$$

2) Исследовать тривиальное решение системы дифференциальных уравнений с помощью критерия по первому приближению

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y^2 - 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = sinx - y^2 + 1. \end{cases}$$

3. Критерии и шкала оценивания письменного ответа обучающегося на зачете

Максимальное количество баллов на экзамене – 30, из них:

1. Ответ на первый вопрос, содержащийся в билете – 15 баллов.
2. Ответ на второй вопрос, содержащийся в билете – 15 баллов.

Таблица 10

№ п/п	Характеристика ответа	Баллы
1.	Дан развернутый ответ, содержащий 1-2 мелкие ошибки; ответы студента правильные, четкие, содержат 1-2 неточности	**13-15**
2.	Дан развернутый ответ, содержащий одну принципиальную или 3 или более недочетов; ответы студента правильные, но их формулирование затруднено и требует наводящих вопросов от преподавателя	**10-12**
3	Решение задания формально правильно, но поверхностно, содержат более одной принципиальной ошибки	**7-9**
4.	Ответ содержит более одной принципиальной ошибки моделей решения задачи; ответы студента путанные, нечеткие, содержат множество ошибок, или ответов нет совсем; несоответствие варианту.	**6 и менее**

Расчет итоговой рейтинговой оценки

Таблица 11

До 50 баллов включительно	«не зачтено»
От 51 до 100 баллов	«зачтено»

4. Уровни сформированности компетенций по итогам освоения дисциплины (модуля)

Таблица 12

Индикаторы достижения компетенции (ИДК)	Уровни сформированности компетенций			
	«отлично»	**«хорошо»**	**«удовлетворительно»**	**«неудовлетворительно»**
	86-100	**71-85**	**51-70**	**Менее 51**
	«зачтено»			**«не зачтено»**
Код и наименование формируемой компетенции				
ПК-1	Знает – основные понятия теории устойчивости; – определения устойчивости по Ляпунову решения дифференциального уравнения; — физические и геометрические приложения понятий теории устойчивости; – использование их при математическом моделировании	Знает – основные понятия теории устойчивости; – определения устойчивости по Ляпунову решения дифференциального уравнения; — физические и геометрические приложения понятий теории устойчивости;	Знает – основные понятия теории устойчивости; – определения устойчивости по Ляпунову решения дифференциального уравнения;	Не знает – основные понятия теории устойчивости; – определения устойчивости по Ляпунову решения дифференциального уравнения; — физические и геометрические приложения понятий теории устойчивости; – использование их при математическом моделировании
	Умеет – исследовать на устойчивость решение дифференциального уравнения, пользуясь непосредственно определением устойчивости по Ляпунову; – исследовать на устойчивость решение дифференциального уравнения, применяя алгебраические критерии устойчивости; – исследовать устойчивость положений равновесия для автономных систем с помощью функций Ляпунова; – исследовать устойчивость положений равновесия для автономных систем с помощью системы первого приближения; – выделять структурные элементы, входящие	Умеет – исследовать на устойчивость решение дифференциального уравнения, пользуясь непосредственно определением устойчивости по Ляпунову; – исследовать на устойчивость решение дифференциального уравнения, применяя алгебраические критерии устойчивости; – исследовать устойчивость положений равновесия для автономных систем с помощью системы первого приближения; – выделять структурные элементы, входящие в систему познания математики.	Умеет – исследовать на устойчивость решение дифференциального уравнения, применяя алгебраические критерии устойчивости; – исследовать устойчивость положений равновесия для автономных систем с помощью системы первого приближения; – выделять структурные элементы, входящие в систему познания математики.	Не умеет – исследовать на устойчивость решение дифференциального уравнения, пользуясь непосредственно определением устойчивости по Ляпунову; – исследовать на устойчивость решение дифференциального уравнения, применяя алгебраические критерии устойчивости; – исследовать устойчивость положений равновесия для автономных систем с помощью функций Ляпунова; – исследовать устойчивость положений равновесия для автономных систем с помощью системы первого приближения; – – выделять структурные элементы, входящие в систему познания математики

	в систему познания математики.			
	Владеет –языком теории устойчивости; – способностью анализировать структурные элементы, входящие в систему познания математики	Владеет –языком теории устойчивости, в частности, терминологией Ляпунова; – способностью анализировать структурные элементы, входящие в систему познания математики	Владеет –языком теории устойчивости, в частности, терминологией Ляпунова;	Не владеет –языком теории устойчивости, в частности, терминологией Ляпунова; – способностью анализировать структурные элементы, входящие в систему познания математики

5. Рейтинг-план изучения дисциплины

Таблица 13

<table>
<tr><td>I</td><td colspan="4">БАЗОВАЯ ЧАСТЬ РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЫ</td></tr>
<tr><td>Виды контроля</td><td colspan="2">Контрольные мероприятия</td><td>Мин. кол-во баллов на занятиях</td><td>Макс. кол-во баллов на занятиях</td></tr>
<tr><td>Текущий контроль № 1</td><td colspan="2">Тема № 1. Исследование систем дифференциальных уравнений, пользуясь определением устойчивости по Ляпунову.</td><td>0</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Текущий контроль № 2</td><td colspan="2">Тема № 2. Исследование на устойчивость линейных однородных дифференциальных систем. Схематическое изображение траекторий решений.</td><td>0</td><td>10</td></tr>
<tr><td colspan="3">Рубежный контроль: контрольная работа №1 (Темы 1-2)</td><td>0</td><td>10</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Текущий контроль №3</td><td colspan="2">Тема № 3. Классификация точек покоя.</td><td>0</td><td>10</td></tr>
<tr><td colspan="2">Тема № 4. Исследование устойчивости систем ДУ по первому приближению.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Текущий контроль №4</td><td colspan="2">Тема № 5. Исследование устойчивости систем ДУ по первому приближению.</td><td>0</td><td>10</td></tr>
<tr><td colspan="2">Тема № 6. Алгебраические критерии устойчивости решений ДУ.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Рубежный контроль: контрольная работа №2 (Темы 3-6)</td><td>0</td><td>10</td></tr>
<tr><td colspan="3">Допуск к промежуточной аттестации</td><td colspan="2">Мин 36</td></tr>
<tr><td>II</td><td colspan="2">ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЫ</td><td>Мин.</td><td>Макс.</td></tr>
<tr><td rowspan="6">1</td><td colspan="2">Поощрительные баллы</td><td>0-10</td><td>10</td></tr>
<tr><td colspan="2">Подготовка доклада с презентацией по дисциплине</td><td>0-1</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Посещаемость лекций (100%)</td><td>0-2</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Участие в работе круглого стола, студенческой конференции</td><td>0-2</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Соц.-личностный рейтинг</td><td>0-3</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">Участие в общественной, культурно-массовой и спортивной работе</td><td>0-2</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td colspan="2">Штрафные баллы</td><td>0-3</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Пропуск учебных лекций</td><td>за пропуск лекции снимается балльная стоимость лекции (2:8=0,25)</td><td colspan="2">0,25 x N
(N – количество пропущенных лекций</td></tr>
<tr><td>Несвоевременное выполнение контрольной (аттестационной) работы №1</td><td>минус 5% от максимального балла</td><td colspan="2">- 0,5</td></tr>
<tr><td>Несвоевременное выполнение контрольной (аттестационной) работы №2</td><td>минус 5% от максимального балла</td><td colspan="2">- 0,5</td></tr>
<tr><td>III</td><td colspan="2">ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ</td><td>0-30</td><td>30</td></tr>
<tr><td>Форма итогового контроля:</td><td colspan="2">Зачет</td><td>0-30</td><td>30</td></tr>
<tr><td colspan="3">ИТОГО БАЛЛОВ ЗА СЕМЕСТР:</td><td colspan="2">0-100</td></tr>
</table>

Приложение 2

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ / МОДУЛЯ
______Элементы теории устойчивости___________
(наименование дисциплины / модуля)

Направление подготовки __44.03.05 Педагогическое образование________
Профили _«Математика» и «Информатика»_____________________________
(год набора _2023_______, форма обучения __очная, заочная_____________)
на 2023 / 2024 учебный год

В рабочую программу дисциплины / модуля вносятся следующие изменения:

№ п/п	**Раздел рабочей программы (пункт)**	**Краткая характеристика вносимых изменений**	**Основание для внесения изменений**